

HIDRÁULICA DE LOS CANALES

HIDRAULICA DE LOS CANALES



Sergio Culaciati Río
BORIS A. BAKHMETEFF

Barcelona 14-IV-50
Profesor de la Universidad de Columbia. Ex profesor del
Instituto Politécnico de Petrogrado (Rusia). Miembro de la
Sociedad Americana de Ingenieros Civiles, de la Sociedad
Americana de Ingenieros Mecánicos y de la Sociedad
Canadiense de Ingenieros Civiles

HIDRAULICA DE LOS CANALES

Traducción del inglés por

MARIANO DE LA HOZ

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Revisión y nota preliminar por

DOMINGO DIAZ-AMBRONA MORENO

Ingeniero de Caminos y Abogado
1955



AGUILAR. EDITOR. MADRID

*La edición original de esta obra se ha hecho por la
Casa editorial MacGraw Hill Book Company, Inc.,
de Nueva York y Londres, con el título de*

HIDRAULICS OF OPEN CHANNELS

Reservados todos los derechos.

Hecho el depósito que marca la ley.

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

PROLOGOS

NOTA PRELIMINAR

Se inicia con este libro la publicación de una serie de obras técnicas sobre Ingeniería que por el prestigio mundial de sus autores y por reflejar los últimos adelantos de las diversas ramas de esta disciplina, esperamos contribuyan a llenar un vacío universalmente sentido en la bibliografía técnica de lengua castellana.

Pocos libros pudieran iniciar una serie de esta categoría con más méritos que esta traducción de la obra de Boris A. Bakhmeteff, cuyo título original es el de *Hydraulics of open Channels*. El tema no puede ser de mayor actualidad y trascendencia en España e Hispanoamérica. El autor, consagrado durante toda su vida al estudio y enseñanza de la materia de que trata el libro, desde sus tiempos del Instituto Politécnico de Petrogrado, antes de 1918, hasta su profesorado en la Columbia University de los Estados Unidos, ha sabido unir las excelencias de una sencilla exposición didáctica, plena de elegancia y claridad, a un sentido eminentemente práctico y todo ello conjugado con el máximo rigor científico. El monograma de la Engineering Societies Monographs inscrito en la portada, tiene a ser como el fiel contraste que garantiza su solvencia científica.

Se abordan en la obra todos los problemas que puede encontrar en su práctica profesional el ingeniero especialista en Hidráulica, y se desarrollan, tanto numéricamente como en teoría, las soluciones de cada uno de ellos. El autor se vale de las tablas de la función del régimen variado, calculadas por él mismo, y en las que interviene su concepción original del exponente hidráulico número que condensa las características de la sección que se estudia.

La versión al castellano es obra del ingeniero señor De la Hoz, técnico dedicado exclusivamente a la especialidad hidráulica, y se ha inspirado en un sentido de servicio a todos los técnicos de habla castellana de ambos continentes. Dentro de la absoluta fidelidad e integridad del texto original ha tendido en todo momento a hacer el libro lo más útil posible. La traducción, en unidades del sistema métrico decimal, de los numerosos ejemplos planteados en el original en unidades de otro sistema ha implicado la resolución de todos y cada uno de ellos, con la correspondiente construcción de tablas y dibujos. Esto supone una segunda versión, seguramente más profunda y dificultosa que la del idioma, pero que aumenta de manera notable la utilidad y accesibilidad de este libro que el lector tiene entre las manos para todos los técnicos de habla castellana a quienes va dedicado y para cuantos, sin tener el castellano como idioma vernáculo, utilizan el sistema métrico decimal.

DOMINGO DÍAZ-AMBRONA Y MORENO

PROLOGO DEL AUTOR

La práctica de la Ingeniería impone en nuestros días métodos de aproximación más profundos y sutiles que los que se emplearon en el pasado y todavía aparecen incorporados a los tratados usuales de Hidráulica, constituyendo la materia de los cursos tradicionales en múltiples centros de enseñanza (1). En efecto la mecánica de las estructuras ha evolucionado hacia la "elasticidad aplicada", y el proyecto de máquinas requiere el análisis vibratorio y otros aspectos de alta dinámica. Las nociones de turbulencia, cavitación y circulación son la avanzada de la investigación hidrodinámica que viene aplicándose con éxito a problemas de Aeronáutica y maquinaria hidráulica.

En el campo de la Ingeniería Hidráulica y, en particular, en aquel dominio más importante donde el Ingeniero civil se enfrenta con el régimen libre (no forzado) de los flúidos, la orientación se ha desviado de las nociones rudimentarias del movimiento uniforme. Puntos de vista más amplios, que abarcan el régimen variado en canales abiertos, el resalto hidráulico, las intumescencias en los canales, etc., han pasado a ser tópicos de discusión en la literatura hidráulica que al acercar opiniones acrece los conocimientos. Por otro lado, la investigación en laboratorio sobre modelos reducidos de las estructuras ofrece los más fructíferos resultados. Aquí también las nociones elementales tal como se presentan en los viejos tratados, relativas al régimen del agua a través de orificios, sobre vertederos, etc., han sido reemplazadas por un estudio más profundo y detallado de las circunstancias físicas del movimiento. Ilustra la tendencia presente en este campo el impor-

(1) En el original dice textualmente: "en las Escuelas de Ingenierías". Dado que el libro es para nuestro país, donde a nuestras Escuelas Especiales no es aplaceable la opinión del autor, nos parece más fiel la traducción dada, toda vez que puede abarcar a Escuelas de ingeniería de otros países.

tantísimo resumen *Prácticas hidráulicas de Laboratorio*, cuya versión americana ha aparecido recientemente bajo la inteligente dirección de John Freeman. Un fruto prometedor ha sido la creación del Laboratorio Nacional de Hidráulica en Washington D. C.

Por lo que se refiere a los proyectos hidráulicos con los que tiene que enfrentarse el Ingeniero civil, el hecho es que el movimiento uniforme rara vez se presenta en la práctica. Sólo será posible un conocimiento exacto del funcionamiento de un sistema hidráulico cuando los fenómenos se consideren y los proyectos se enfoquen bajo la hipótesis de régimen variado. Por desgracia, como afirma el Prof. Daugherty en su *Treatise on Hydraulics*, "no existe un modo satisfactorio y seguro de tratar el problema del régimen no uniforme". Esto significa, por supuesto, un modo de considerar el tema que abra el camino a las investigaciones prácticas, en tanto avanza las bases teóricas del régimen variado y adquieren una firmeza que las haga a la trascendental aportación de los hidráulicos franceses del siglo XIX.

El presente libro es un intento de llenar este vacío, al menos en parte, y ofrecer un manual que presente la materia del régimen variado de forma útil para los proyectos y la práctica del Ingeniero. El origen de este trabajo se remonta a los días de la guerra (1). El autor, conectado entonces con las vastas empresas hidráulicas de Rusia, acometió la tarea de aclarar múltiples y embrollados fenómenos relacionados con el régimen variado y de resolver de una manera comprensible diferentes cuestiones prácticas. El resultado cristalizó en la publicación de un libro sobre *El régimen variado en canales a lámina libre* (2), editado en ruso en 1912.

En esta obra, al tratar los aspectos físicos del movimiento fluido, se utilizó con mucha frecuencia la noción de "energía específica del régimen" es decir, la altura de la línea de energía, referida al fondo de la sección transversal del canal. Este concepto simple sirvió para dar una explicación diáfana de muchas cuestiones complejas interpretadas anteriormente sólo

(1) La de 1914-18

(2) *O Nerevnomernom Dvizhenii Jidkosti c Otkritym Ruslo*. San Petersburgo. 1912.

desde un punto de vista analítico abstracto. De este modo se dotó de fundamento físico al concepto de calado crítico, se explicó de manera sencilla el resalto hidráulico y se dió una interpretación clara de los diferentes tipos de curvas de "lámina libre". Desde 1912 este "criterio energético" ha sido desentrañado y usado ventajosamente por diferentes autores al parecer con independencia unos de otros. En efecto es mencionado por Rehbock (1) y presentado brillantemente por Hinds (2). El autor, sin embargo, no tiene noticia de ninguna publicación que alcance prioridad sobre la edición rusa en cuanto al empleo del referido criterio.

El libro ruso contenía también la sugerencia de un nuevo método de cálculo de los diferentes tipos de curvas de lámina libre correspondientes al régimen variado. Hasta ahora la ecuación diferencial ha sido aplicada e integrada solamente para ciertos perfiles transversales "idealizados", para los cuales se han dado tablas numéricas por Bresse, Tolkmitt, Ruhlmann y otros. Aun cuando esas tablas representan un avance considerable, se limita, sin embargo, notablemente su ámbito de aplicación por la sencilla razón de que las secciones "idealizadas" tienen poco de común con las formas prácticas de los canales que el ingeniero ha de manejar frecuentemente.

El método sugerido por el autor es aplicable a canales de cualquier forma práctica. Se basa en una relación exponencial que se ha encontrado rige (con aproximación suficiente) el régimen en una conducción abierta para niveles variables. La posibilidad de aplicación y la utilidad del método dependen, sin embargo, del cálculo de las tablas y de la que en este libro denominamos "función del régimen variado", cuya preparación para diferentes valores del exponente representa una larga e improba tarea. Este trabajo se emprendió y perfeccionó, al principio, entre 1914 y 1915 por la Junta de Investigaciones del entonces Servicio Ruso de Riegos, bajo la dirección del autor. La revolución, con sus disturbios, hizo inútil para el autor el trabajo ya realizado, al creerlo, por algún tiempo, totalmente perdido de suerte que hubo de recomenzarse la tarea, llevándose a cabo en la forma que se

(1) Betrachtungen über Abfluss, Sten und Weizenbildung. Berlin 1917.

(2) Eng. News-Record vol. 85 pag. 034 1920.

ofrece aquí, por el Profesor Kholodusky y en parte por el Doctor Pestrecov (1).

Los artículos que se presentan al lector en el presente volumen han sido totalmente rehechos, siendo nueva e inédita la mayor parte del material. En general se aspira a la obtención de resultados prácticos absteniéndose de exposiciones de carácter puramente teórico para dar paso a las de carácter elemental con miras ante todo, a conseguir una interpretación diáfana de los aspectos físicos del régimen variable.

La mayor parte de este libro se dedica a la resolución de ejemplos prácticos. La experiencia enseña que en el estudio del régimen variable, así como en muchas otras ramas de la mecánica aplicada, no puede dominarse la materia sin familiarizarse por completo con los procedimientos numéricos. En efecto hay múltiples circunstancias que escapan a la síntesis en fórmulas generales y que solamente pueden estipularse como reglas y conclusiones extraídas de la experiencia acumulada. Por tales razones es preferible considerar los ejemplos numéricos no como meras ilustraciones, sino a' menos algunos de ellos, como parte orgánica de la exposición general de la materia. La experiencia ha enseñado también al autor que, sin que importe su simplicidad mayor o menor, las nociones relativas al régimen variable y a los métodos de abordar los problemas requieren por parte del lector una cierta dosis de perseverante aprendizaje antes de familiarizarse con ella. La experiencia y en parte instinto, a abundancia y detalle de los ejemplos en los que necesariamente son a veces laboriosos los cálculos, no pudiendo evitarse en algunos casos el incurrir en repeticiones.

El autor no pretende haber agotado el tema. Muchos problemas son demasiado complicados para poder encajarlos en normas prácticas en otros casos el estado actual de la ciencia es deficiente. Sin embargo por la experiencia adquirida puede asegurarse que los métodos e ideas expuestos permiten la solución de múltiples problemas de una forma relativamente

(1) Este libro fué reeditado en 1928 en Leningrado en texto ruso. En nueva edición a la que fué aseno el autor se compusieron 3 tablas de 1914-1915. Las tablas que se han calculado para la presente obra son más precisas y completas.

te sencilla y comprensible. Se ha dicho que el progreso en la Ingeniería teórica es un avance en la ruta del "pensamiento". El autor está plenamente convencido de la importancia que tiene para el Ingeniero hidráulico el aprender a "pensar" en régimen variado y de aplicar este sentido a los casos prácticos que en su cometido cotidiano se presenten.

BORIS A. BAKHMETEFF

GREENHILLS, BROOKFIELD,
CONNECTICUT

INDICE GENERAL

INDICE GENERAL

Página

Prólogos.

Nota preliminar

xii

Prólogo del autor

xi

Símbolos

xv

INTRODUCCION

CAPÍTULO I — DEFINICIONES	3
1. Movimiento uniforme	3
2. Movimiento no uniforme o variado	4
3. Movimiento variable	5
4. La resaca hidráulica	7
5. La depresión hidráulica	
6. Fenómenos locales y movimiento gradualmente variado	11

PRIMERA PARTE

TEORIA DEL RÉGIMEN GRADUALMENTE VARIADO

CAPÍTULO II. — MOVIMIENTO UNIFORME	15
7. Coeficiente de gasto de la sección transversal de un canal	16
8. Pérdidas por rozamientos	22
9. El calado normal	25
CAPÍTULO III. — ECUACION DEL RÉGIMEN VARIADO	27
10. Relaciones geométricas entre las perfiles superficiales del flujo	27
11. Pérdidas por rozamiento en el movimiento variado	27
12. Ecuación del régimen variado	29
13. Limitaciones del campo de aplicación de la ecuación del régimen variado	30
14. Canales prismáticos	33
CAPÍTULO IV. ASPECTO GENERAL DEL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS	35
15. La energía específica del movimiento	35
16. Calado crítico	36
17. Interpretación física de los fenómenos	42
18. Régimen crítico	46

	<i>Page</i>
19. Pendiente crítica.	74
20. Otras formas de la ecuación del régimen variado.	74
CAPÍTULO V.—RESUMEN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL RÉGIMEN	75
21. Características de la sección transversal de un canal.	77
22. Parámetros del régimen.	78
CAPÍTULO VI.—CLASIFICACIÓN DEL RÉGIMEN	80
23. Pendientes «suaves» y «fuertes»	80
24. Estados del régimen.	81
25. Obstáculos sumergidos.	81
26. Establecimiento del régimen.	85
27. El factor cinético del régimen.	87
CAPÍTULO VII.—PROPIEDADES Y TIPO DE LAS CURVAS DE SUFICIENCIA	88
28. Nomenclatura.	88
29. Balance de la energía mediante las curvas β y α .	95
30. Forma de las curvas	96
CAPÍTULO VIII.—INTEGRACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO	95
31. Introducción. Reseña histórica.	95
32. El exponente hidráulico.	97
33. Tablas de la función del régimen variado.	97
34. Solución abreviada. La curva $\beta=0$.	99
35. Exponentes intermedios.	102
CAPÍTULO IX.—MÉTODOS DE CÁLCULO	106
36. La curva M_1 .	106
37. La curva M_2 .	112
38. La curva M_3 .	121
39. La curva S_1 .	125
40. La curva S_2 .	130
41. La curva S_3 .	131
42. Observaciones generales.	134
CAPÍTULO X.—CANALES CON SOLERA HORIZONTAL	138
43. Ecuación del régimen.	138

SEGUNDA PARTE

APLICACIONES PRÁCTICAS

CAPÍTULO XI.—GASTO DE UN CANAL	145
44. Definiciones. Ejemplos.	147
45. Caso de y_1 constante.	149
46. Canales largos y cortos. Efectos de la pendiente del fondo.	158

47. La curva de Q máximo	162
48. Caso de v_2 constante	164
49. $Q=f(y_1, v_2)$. La curva de Q constante	167
CAPÍTULO XII. CONDICIONES A LA ENTRADA DEL CANAL	175
50. Efectos locales en los extremos del canal	176
51. Efectos de la pérdida de altura a la entrada Z_{ent} de toma	180
52. Movimiento uniforme	181
53. La curva de gasto $Q=f(y_2)$	184
CAPÍTULO XIII. GASTO DE UN CANAL CON SECCIONES RECTANGULARES	188
54. Procedimientos de cálculo.	188
CAPÍTULO XIV.—PROYECTO DE CANALES	197
55. Aumento del caudal	197
56. Caudal variable	199
57. Velocidad. Regimen gradualmente variable	201
CAPÍTULO XV. CANALES EN SECCIONES RECTANGULARES	214
58. Gasto y condiciones de toma	214
59. Transición a aguas abajo.	217
CAPÍTULO XVI. FLEQUES Y REMANSOS EN CURVAS NATURALES Y ARTIFICIALES	219
60. Generalidades	219
61. Procedimientos prácticos	22
62. Método general	227

TERCERA PARTE

HIDRÁULICA DEL RESALTO

CAPÍTULO XVII.—TEORÍA DEL RESALTO	227
63. Introducción	229
64. El teorema de LULLY y el movimiento	234
65. Las características Q_{const} del resalto	24
CAPÍTULO XVIII. EL RESALTO EN UN CANAL RECTANGULAR	242
66. Relaciones fundamentales	242
67. Fórmulas generalizadas de LULLY y otros	24
68. Las curvas características u_1 y u_2 constantes	246
69. Experiencias con el resalto.	247
CAPÍTULO XIX.—ACOTACIÓN DEL RESALTO	257
70. El resalto considerado como onda estacionaria	257
71. Celeridad de propagación de una onda de traslación	257
72. Detención de una onda de traslación	257
73. Acotación del resalto.	260

CAPÍTULO XX. EL RESULTADO COMO ABAYO DE UNA COMPLETA DE RELACION	272
74. Altura crítica	272
75. Desagüe libre o sumergido	273
76. Régimen en un canal aguas abajo de una compuerta de regulación ..	275
77. El reforzador de salto de Sangey.	284
78. El resultado como amortiguador de energía	290
CAPÍTULO XXI. EL RESULTADO DE UN SALTO	280
79. Experimentos de Bazin	280
80. Teoría de la resaca	290
81. El resultado tipo un escalón	297

APÉNDICES

I. Notas históricas y bibliográficas	301
1. Método de cálculo de la función $B(\eta)$ para $\eta > 1$	301

TABLAS DE LA FUNCIÓN DEL RÉGIMEN VARIABLE

I A. Función $B(\eta)$ para $\eta > 1$	313
I B. Función $B(\eta)$ para $\eta < 1$	315
II. Función $\Phi(\eta)$ para $\eta > 1$	317

LÁMINAS

I. Sección transversal de un canal de tipo A	32
II. Retorno de la sección transversal de un canal de tipo A	32
III. Características de la sección transversal de un canal de tipo A	32
IV. Características de la sección transversal de un canal de tipo C	324
V. Características de la sección transversal de un canal de tipo D	327
VI. Ilustración de la práctica de los cálculos de la función $B(\eta)$ para $\eta > 1$	32
ÍNDICE ALFABÉTICO	320

SIMBOLOS

Las unidades empleadas son el metro, kilogramo y segundo, y derivadas de ellas (1).

Las operaciones se han realizado en gran parte con auxilio de la regla de cálculo.

v, d	Calado o nivel
ω	Área de la sección transversal del canal
b	Anchura en la superficie
p	Perímetro mojado
R	Radio hidráulico
C	Coefficiente de rozamiento de Chézy
v	Velocidad media
Q	Gasto o caudal
	$Q = \omega v$ (véase fórmula)
s	Pendiente superficial
s, s_c	Coeficiente de rozamiento correspondiente al régimen normal (véase fórmula)
W	Trabajo
W_r	Trabajo de rozamientos
N	Potencia
v_{cr}, d_{cr}	Calado crítico
$d = \alpha/b$	Calado medio
v_{cr}	Velocidad crítica
Q_{cr}	Caudal crítico
$s_c = \frac{v_{cr}^2}{gR_{cr}}$	Pendiente crítica
s_n	Pendiente crítica para el calado normal
s_{cr}	Pendiente crítica para el calado crítico
δ	Peso de la unidad de volumen de líquido
γ	Peso específico del líquido por unidad de peso referida a una línea de referencia
γ_c	Peso específico de la mezcla normal con relación a la sotera de una sección
$K = \frac{C}{1 + R}$	Coefficiente de gasto de Chézy
n	Exponente hidráulico

Los símbolos γ y γ_c se refieren a las profundidades d y d_c respectivamente, y han sido aplicados considerablemente, traduciendo al terreno que expresan los números γ y γ_c en metros por metros, partiendo de datos expresados en el sistema métrico decimal, pudiendo utilizarse la mayoría de los símbolos en cualquier sistema de unidades. Véase el capítulo IV del T.

$\mathfrak{M} = a\sqrt{a/b}$	La función \mathfrak{M}
λ	Factor cinético del régimen
l_m	Longitud de un arco o tramo entre los perfiles m y n
L_m	Distancia del perfil m al origen
$q = y/y_0$	Relación del calado variable al normal
$B(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{r^n}{r^n - 1} dr$	La función del régimen variado
$\mu = t_0/\sigma$	La relación que se expresa
$\tau = y_1/y_0$	La relación que se expresa
$\sigma = \sigma_1/\sigma$	La relación que se expresa
$T(x)$	Función del régimen variado de un canal con so- lera horizontal
d_1 y d_2	Caudales conjugados antes y después del resalto
f	Altura del resalto
e_1 y e_2	Energías específicas antes y después del resalto
e_f	Pérdida de energía en el resalto
c	Velocidad de propagación de una onda de traslación
h	Altura de una intumescencia o de una onda de tras- lación
z_0	Profundidad del centro de gravedad de una sección
$M(y) = ny_0 + \frac{\zeta y^2}{2g}$	La función M
P	Altura de la coronación de un vertedero
H	Altura sobre la coronación de un vertedero
Z	Diferencia de niveles antes y después de un ver- tedero
t	Cálculo de la altura de un resalto
ϵ	Coefficiente de contracción
φ	Coefficiente de velocidad
ξ	Coefficiente de rozamiento
β	Coefficiente de gasto

Al dudar de los ejemplos a los cálculos se refiere siempre a las tablas de *La función del régimen variado*.

INTRODUCCION

CAPITULO PRIMERO

DEFINICIONES

1. **MOVIMIENTO UNIFORME.**—Se dice que el movimiento de un líquido en un canal de lámina libre es *uniforme* cuando el calado y demás características del movimiento, tales como el área a de la sección transversal (fig. 1), la velocidad v y la pendiente hidráulica s permanecen constantes en una sección a otra. En este caso la superficie libre es

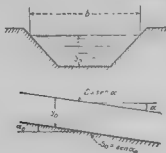


FIG. 1.—Régimen uniforme en un canal.

paralela al fondo del canal, y la pendiente de éste, igual, y tanto, a la pendiente hidráulica.

En consecuencia, el movimiento uniforme en sentido estricto solo puede producirse en canales prismáticos, es decir, de sección transversal y pendiente invariables. Los ríos y rientes naturales no suelen presentar estas características, por tanto, no se produce en ellos el movimiento estrictamente uniforme.

En un canal que pone en comunicación dos depósitos

(fig. 2), el movimiento será uniforme cuando los niveles en A y B sean tales que los calados y_1 y y_2 , al principio y final del canal, sean iguales. En tal caso, suponiendo el canal prismático, el calado en cualquier sección comprendida entre la 1 y la 2 será el mismo, de forma que para cualquier sección $y=y_1=y_2$.

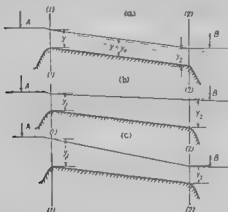


FIG. 2. Regimen uniforme y variado en un canal que posee en consecuci3n dos dep6ritos.

2. MOVIMIENTO NO UNIFORME O VARIADO —Cuando las características del movimiento varían de una sección a otra, el movimiento se convierte en *no uniforme* o *variado*.

El ejemplo clásico que se suele presentar es el de la curva de remanso producida por una presa. La superficie libre (fig. 3 primitiva IBC ...) se traslada a la posición $A'B'$... E . La sobre-elevación Z disminuye hacia aguas arriba, aproximándose asintóticamente la curva de remanso a la de la lámina primitiva. Aun cuando este caso es el único ejemplo que se suele citar en los libros de hidráulica, existe multitud de casos en los que se presentan problemas de movimiento variado, que tiene que resolver el ingeniero al proyectar estructuras hidráulicas. Por ejemplo, el mo-

en el canal de la figura 2, cuando los calados y_2 y y_1 son iguales. Supongamos que $y_2 > y_1$, como en la figura 2 (1), el calado aumentará aguas abajo, el movimiento es variado y tendrá lugar con formación de una curva ascendente. Si, por el contrario, como en la figura

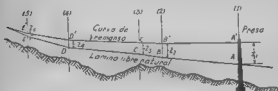


FIG. 3.—Curva de frenado en una corriente natural.

2 el $y_2 < y_1$, el calado irá decreciendo, formándose una curva descendente. Otro caso importante es el de la figura 4, en el que se regula la entrada en el canal mediante una compuerta. Según la abertura de la misma y el caudal, varía el calado y_2 . AB corresponde al caso de movimiento variado con curva ascendente, y AB' corresponde a curva



FIG. 4.—Régimen variado en un canal reguado por una compuerta.

ascendente. Entre ambos se encuentra el movimiento uniforme cuando $y_2 = y_1$.

Los casos esquemáticos en las figuras 2 y 4 sintetizan dos de los problemas más importantes relacionados con el movimiento variado, es decir, la determinación de la variación del gasto de un canal al variar los niveles del agua en sus extremos.

Comparando las figuras 2 y 3, se percibe otra diferencia. En un curso natural de agua (fig. 3), la sección transversal, y prácticamente todas las características del movimiento, varía de una sección a otra; el movimiento no es uniforme en la verdadera acepción de la palabra. Lo mismo se aplica a la figura 5, que representa un canal divergen-

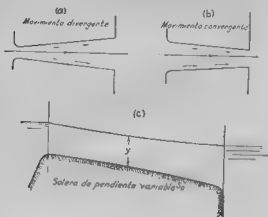


FIG. 5.

te (fig. 5, a) o convergente (fig. 5, b) o con solera de pendiente variable (fig. 5, c).

En contraposición con la figura 5, el canal de las figuras 2 y 3 se supone con sección de forma invariable y solera de pendiente constante s_0 , por lo que el movimiento se denomina *movimiento variado en un canal prismatico*. En el estado actual de la ciencia, el movimiento variado en canales prismáticos constituye el caso más importante, al que se dará preferencia en este libro.

3. MOVIMIENTO VARIABLE.—El movimiento variado, e implícitamente el uniforme, constituyen el movimiento permanente. Este no es función del tiempo; el calado, la velocidad y demás características, aun cuando varían de una

sección a otra, permanecen invariables con el tiempo. Cuando varían con el tiempo, el movimiento se denomina variable. Tal sucede, por ejemplo, en el caso de las olas y en el de las ondas solitarias o intumescencias provocadas en los canales por un cierre brusco en los mismos. También, en el caso de la figura 2, cuando los niveles A y B no permanecen constantes y los catados y_1 y y_2 varían con el tiempo, el movimiento es variable.

En el estado actual de la ciencia, los problemas que se presentan en la práctica de movimiento variable solo tienen solución en un número limitado de casos, y aun en estos solo en forma simplificada y aproximada.

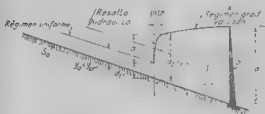


Fig. 6. — Desarrollo de un resalto hidráulico en un canal de pendiente fuerte del fondo.

4. EL RESALTO HIDRÁULICO.—En 1830, Bidone demostró que las curvas de remanso no siempre toman la forma representada en la figura 3, es decir, se curvan, siguiendo al perfil natural de la lamina. En efecto, cuando el fondo de la corriente es suficientemente pendiente, el fenómeno se produce como indica la figura 6. Después de transcurrir el movimiento de una manera normal, hasta una sección que en la figura 6 es la 1, la lámina pasa repentinamente del calado d_1 al d_2 en la sección 2. Este curioso fenómeno, tenido por largo tiempo como paradójico, es el *resalto hidráulico*. Representa una solución de continuidad del movimiento. Pasada la sección 2, la superficie es continua y la variación del calado gradual y lenta.

Otro ejemplo de resalto se representa en la figura 7, en donde el agua pasa a gran velocidad bajo una compuerta.

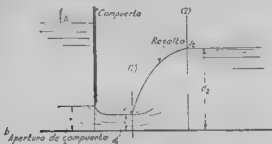


FIG. 7.—Resalto hidráulico en un canal detrás de una compuerta reguladora.

El resalto tiene lugar entre el calado d_1 , próximo a la zona contracta, y el d_2 , que puede ser superior al d_1 .

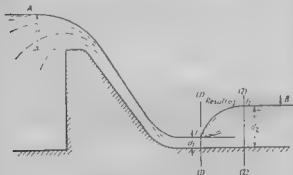


FIG. 8.—Resalto hidráulico al pie de un vertedero.

La figura 8 representa el caso del resalto al pie de un vertedero, mediante el cual se produce el enlace de la lámina vertiente con la corriente aguas abajo.

5. LA DEPRESIÓN HIDRÁULICA.—En la figura 9 se representa un canal con un ensanchamiento brusco en la sección C , siendo los calados anterior y posterior, respectivamente, y_1 y y_2 . La transición se realiza mediante un descenso AC y escarpado de la superficie, fenómeno que denominamos *depresión hidráulica*. Caracteriza la depresión el que el caudal en la zona estrecha del canal no baja de un valor, q , que no viene afectado por el régimen en la parte ensanchada. Por tanto, en el caso de que el nivel del agua en la zona ensanchada sea B' en lugar de B , con

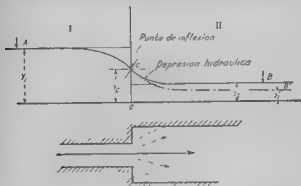


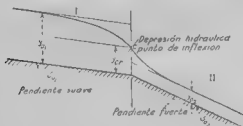
FIG. 9. Depresión hidráulica motivada por un ensanchamiento de la sección del canal.

un calado y'_2 , ello no afectará al perfil de la lámina libre aguas arriba de C . Este punto C representa, por tanto, un límite de descenso que puede experimentar la lámina en el movimiento sin obstrucción con formación de depresión hidráulica. Como indica la figura 9, C es el punto de inflexión de la curva de enlace.

Otro ejemplo de depresión hidráulica es el de un canal en que la solera pasa bruscamente de una pendiente suave a una fuerte, el calado y_m , correspondiente al punto anguloso de la solera, alcanza el valor mínimo posible en la

zona primera del canal, y el punto C es el de inflexión de la curva de enlace.

6. FENÓMENOS LOCALES Y MOVIMIENTO GRADUALMENTE VARIADO La depresión y el resalto hidráulicos se caracterizan por un cambio rápido de las circunstancias del movimiento que tiene lugar en una longitud relativamente corta. En este aspecto hay que distinguirlos del movimiento representado en las figuras 2, 3 y 4, en donde un cambio apreciable de calado tiene lugar a lo largo de una longitud considerable: este, siguiendo a Boussinesq, puede calificarse de *movimiento paulatino o gradualmente variado*.



F. 10.—La línea de agua gradualmente variada por un aumento de la pendiente de la solera, que pasa de suave a fuerte.

mientras que en los casos en que la transición se verifica de una manera brusca emplearemos el calificativo general de *fenómenos locales*.

Una corriente de agua en donde son variables las características de movimiento puede considerarse dividida en zonas sucesivas, donde el movimiento es gradualmente variado, alternadas con fenómenos locales. En la figura 11, si bien de una manera artificial, se ilustra convenientemente esto con un ejemplo, donde las zonas correspondientes al movimiento gradualmente variado están separadas por otras relativamente más cortas, correspondientes a los fenómenos locales.

En lo sucesivo designaremos por la letra d los calados co-

cisión las magnitudes numericas, los calados en las secciones que separan los fenomenos locales de los tramos adyacentes y la forma precisa de la lamina libre en las zonas donde el movimiento es del tipo gradualmente variado. Los metodos que se exponen en este libro permiten, hablando de una manera general, la solucion de problemas de esta indole con suficiente grado de aproximacion para las aplicaciones prácticas.

PRIMERA PARTE

TEORIA DEL REGIMEN
GRADUALMENTE
VARIADO

CAPITULO II

MOVIMIENTO UNIFORME

En este capítulo se exponen las nociones relativas al movimiento uniforme, con las que se está familiarizado por los tratados elementales de Hidráulica, pero expuestas de una manera más conveniente para desarrollar el estudio que haremos del régimen variado.

7. COEFICIENTE DE GASTO DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL Suponiendo que en un canal, de calado v_0 , se ha establecido el régimen uniforme, la velocidad media del agua es, según la fórmula de Chézy :

$$v = C \sqrt{R} \sqrt{s_0} \quad [1]$$

y el caudal Q :

$$Q = a C \sqrt{R} \cdot \sqrt{s_0} \quad [2]$$

donde :

a = superficie mojada.

$R = \frac{a}{p}$ radio hidráulico ; p = perímetro mojado.

s_0 = pendiente de la solera.

C factor de velocidad de Chézy, determinable mediante las fórmulas de Ganguillet-Kutter, Bazin, Manning u otras empíricas.

Designando

$$a C \sqrt{R} = K \quad [3]$$

se tiene, por la ecuación [2] :

$$Q = K \sqrt{s_0} ; s_0 = Q^2 / K^2 \quad [4]$$

Para un canal dado K es función del calado y. Puede decirse también es función de p_0 , según Ganguillet-Kutter

bujarse la curva $K = f(y)$ (fig. 12), que permite obtener el

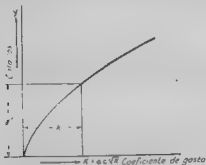


FIG. 12.—Curva de coeficientes de gasto $K = 0.424 \overline{R} f(y)$

caudal Q para una cierta ordenada y multiplicando el valor correspondiente de K por $\sqrt{s_0}$.

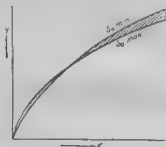


FIG. 13.—Curvas coeficientes de gasto en el caso de empase en la fórmula de Ganguillet-Kutter

Como $s_0 = \text{sen } \alpha_0$ es una magnitud dimensional, las dimensiones de K son las de un caudal $[L^3 T^{-1}]$. K mide la can-

unidad de líquido transportado por el canal en una unidad de tiempo, en la hipótesis de que $\sqrt{s_0} = 1$. Designaremos $K = f(\gamma) \cdot aC\sqrt{R}$ por el término capacidad de gasto o coeficiente de gasto de una sección transversal.

De una manera general, K es una característica inherente a la sección geométrica del canal. Si el factor de velocidad C se determina mediante una fórmula independiente de s_0 , tal como las de Bazin o Manning, la curva de coeficientes de gasto es válida para todas las pendientes usuales. Si se simplifica la fórmula de Ganguillet-Kutter, en la que C depende (si bien ligeramente) de s_0 , el diagrama de coeficientes de gasto se representa en la figura 13 por el área rayada, limitada por los valores extremos de s_0 : $s_{0, \min}$ y $s_{0, \max} = 1$. Los ejemplos que siguen familiarizarán al lector con estas nociones.

EJEMPLO 1.º

Pregunta 1.º Dibujar las curvas de coeficiente de gasto del canal representado en la figura 14, suponiendo reves-

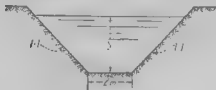


FIG. 14.—Sección transversal del canal del tipo B.

amiento de mortero, correspondiente al coeficiente de G. K.

El N que entra en esta ecuación suscita la duda de si corresponde a la selección de las diferentes fórmulas empíricas. La gran ventaja de la fórmula de G. K., en otros muchos aspectos insostenible, es la utilización de datos experimentales que dan lugar a valores de los coeficientes de G. K. Sin embargo los coeficientes experimentales de la K pueden emplearse de una manera oportuna en una fórmula exponencial del tipo de la de Manning (véase Art. 32).

$n=0,013$ y al de Bazin $\gamma=0,30$. Al aplicar la fórmula de G. K. considérense como pendientes límites $s_{0\text{ max}}=0,001$ y $s_{0\text{ min}}=0,0001$.

Los resultados de aplicar la fórmula de Bazin

$$C = \frac{87}{1 + \frac{0,30}{\sqrt{R}}}$$

se condensan en la Tabla I, y los valores de K correspondientes se representan gráficamente en la figura 15.

TABLA I

y	σ	P	P	σ	K
0,5	1,25	1,414	0,306	58,157	42,220
1,0	3,00	4,828	0,621	62,708	148,927
1,5	5,25	6,243	0,841	67,561	315,627
2,0	8,00	7,657	1,015	69,285	550,122
2,5	11,25	9,071	1,240	68,557	848,419
3,0	15,00	10,485	1,431	69,544	1217,719
3,5	19,25	11,899	1,618	70,388	1714,57
4,0	24,00	13,314	1,803	71,196	2294,148
4,5	29,25	14,728	1,986	71,723	2941,732
5,0	35,00	16,142	2,168	72,259	3722,780
5,5	41,25	17,556	2,350	72,803	4668,789
6,0	48,00	18,970	2,530	73,352	5892,591

Los valores de C según la fórmula de G. K. y los correspondientes de K se acompañan en la Tabla II, y se representan en la figura 15 con líneas punteadas.

TABLA II

y	$k = 0.001$		$k_0 = 0.001$	
	Q	K	Q	K
0,5	56,726	42889	53,821	10,702
1,0	62,178	146,985	60,681	111,456
1,5	66,104	1,3,346	64,307	110,798
2,0	67,119	348,765	67,285	359,122
2,5	68,583	868,745	69,321	868,691
3,0	69,737	1271,082	70,911	1272,137
3,5	70,765	1728,665	72,329	1728,665
4,0	71,651	2207,862	73,584	2270,315
4,5	72,316	2703,370	74,587	2703,368
5,0	72,972	3219,317	75,377	3219,361
5,5	73,621	3657,516	76,041	3657,561
6,0	74,269	4126,792	76,611	4126,792

Cuestión 2.ª En el canal anterior, determinar el caudal cuando $y_0 = 3,5$ m. y $s_0 = 9 \cdot 10^{-3}$.

SOLUCIÓN. El signo ** se aplica para indicar la longitud, según sea que ésta viene de la longitud real o no. Como en este caso la longitud coincide a la real la extraeré de la longitud real. Si la longitud es y_0^{**} , su coeficiente es $\sqrt{s_0^{**}}$, $\sqrt{s_0}$. Pero, para, en K se debe tener en cuenta lo expresamos en centenas $K = K' \cdot 10^2$, con lo que

$$Q = K \sqrt{s_0} = K' \cdot 10^2 \times \sqrt{s_0} \cdot 10 = K' \sqrt{s_0}$$

simplemente que se aplicamos a las longitudes reales.

En las Tablas I y II, para $y_0 = 3,5$ m.

$$K \text{ (Bazin)} = 1719,456$$

$$K \text{ (G. K.)} = 1728,665$$

de donde, para $s_0 = 9 \cdot 10^{-3}$:

$$Q \text{ (Bazin)} = 1719,456 \cdot \sqrt{9 \cdot 10^{-3}} = 51,584 \text{ m}^3/\text{sg.}$$

$$Q \text{ (G. K.)} = 1728,665 \cdot \sqrt{9 \cdot 10^{-3}} = 51,860 \text{ m}^3/\text{sg.}$$

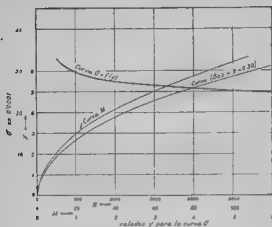


Fig. 15.

EJERCICIO :

Determinar Q para $y_0 = 2,5$ m. e $y_0 = 4,8$ m. con pendientes respectivas de 2 y $6^{**}/100$.

Cuestión 1.ª En el canal dado, determinar la pendiente necesaria para que circule un caudal $Q = 200$ m³/seg., con un calado de 6 m.

a) Empleando el coeficiente de Bazin, el coeficiente de gasto para $y_0 = 6$ m. es $K = 5592,581$; por tanto, la pendiente precisa será:

$$s_0 = Q^2 / K^2 = 200^2 / 5592,581^2 = 12,8^{**}/100$$

b) Empleando el coeficiente de G. K. correspondiente, en una primera aproximación, a un valor de 1, pendiente de 0,001.

$$K = 5658,792$$

de donde

$$s_g = Q^2 K^2 = 200^2 3658,792^2 = 12,5^{00}_{00}$$

empleando ahora el valor de K correspondiente a esta pendiente, podría obtenerse un valor más aproximado.

EJERCICIO :

Determinar las pendientes precisas para que circulen por el canal caudales de 120 y 160 m³ seg., con calados respectivos de $y_g = 5,5$ m. e $y_g = 3,7$ m.

Cuestión 4.ª a. Determinar el calado necesario para que circulen por el canal 73 m³ seg., siendo la pendiente de 10^{00}_{00} . Emplearse el coeficiente de G. K.

$$K = \frac{Q}{V s} = \frac{73}{V 10} 10^2 = 2307; y_g = 4,0 \text{ m.}$$

b) Suponiendo en la Cuestión 2.ª que un canal con



FIG. 16

$y_g = 3,5$ m. y $s_g = 9^{00}_{00}$ tiene un gasto de 51,57 m³/seg., determinar el calado preciso para el mismo caudal, con una pendiente $s_g = 5^{00}_{00}$. Emplearse el coeficiente de Bazin.

El coeficiente de gasto preciso será :

$$K = Q \sqrt{s_g} = 51,5 \sqrt{5} \cdot 10^{-2} = 2305; y_g = 4,0 \text{ m}$$

EJERCICIO :

Determinar el calado preciso para un caudal de 350 m³ por segundo con pendientes de 12 y 4^{00}_{00} .

8. **PÉRDIDAS POR ROZAMIENTOS.** Refiriendo el movimiento a una línea horizontal 0-0 (fig. 17), y tomando el eje X paralelo a la soera y su dirección positiva la de la corriente, las alturas de la línea de energía (energía por unidad de peso del líquido) en las secciones 1 y 2 son, respectivamente:

$$e_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{y} \quad e_2 = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad [5]$$

La pérdida de altura de la línea en el trayecto dx es igual al trabajo desarrollado por unidad de peso del líquido en x .

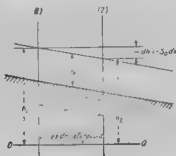


FIG. 17.—Régimen uniforme referido a una horizontal

vencer las resistencias hidráulicas en dicho trayecto. Designando la pérdida de altura por e_s , obtenemos:

$$e_1 - e_2 = -de = de_s, \\ -de/dx = de_s/dx \quad [6]$$

En el movimiento uniforme, como las velocidades permanecen constantes, se tiene:

$$de = e_2 - e_1 = h_2 - h_1 = -dh = \frac{v^2 dx}{2g}$$

lo que expresa que el trabajo de las fuerzas de gravedad se invierte íntegro en vencer las resistencias.

Sustituyendo (Ec. [4]) $s_2 = Q^2 K^2$ se obtiene, teniendo en cuenta [6]:

$$\frac{dx}{dx} = -s_2 = -\frac{Q^2 K^2}{2} \quad [7]$$

El cociente $Q^2 K^2$ mide la energía perdida en resistencias hidráulicas. En el sistema $M K S$ (*), $Q^2 K^2$ representa el trabajo en kilogrametros, disipado en resistencias hidráulicas, por cada kilogramo de líquido en su movimiento a lo largo de un trayecto de 1 m.

Si un volumen V de líquido, de peso específico Δ , fluye en un trayecto x , el trabajo total empleado en vencer las resistencias en dicho trayecto será

$$W_r = \Delta \cdot V \cdot Q^2 K^2 \cdot x \quad [8]$$

La potencia N (trabajo por unidad de tiempo, considerada al fluir un caudal Q a lo largo de un trayecto x , será:

$$N = \Delta \cdot Q \cdot \frac{Q^2}{K^2} \cdot x = \Delta \cdot \frac{Q^3 x}{K^2} \text{ m Kg por segundo.} \quad [9]$$

o, en forma diferencial:

$$\frac{dN}{dx} = \Delta \cdot Q^3 K^2 \quad [10]$$

que es la pérdida de potencia, por resistencias, del caudal Q por unidad de longitud. Para agua con $\Delta = 1000 \text{ Kg}$ por m^3 , y expresando N en CV, se tiene

$$dN/dx = 1000/3 \cdot Q^3 K^2 = 10/3 \cdot Q^3 K^2 \text{ CV} \quad [10a]$$

o, teniendo en cuenta la Ec. [4]:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{10}{3} \cdot Q \cdot \frac{Q^2}{K^2} = \frac{10}{3} \cdot Q \cdot CV \quad [10b]$$

(*) En el original se emplea el sistema libra-segundo, que no juzgamos interesante para aquellos a quienes se destina la edición traducida (N. del T.)

EJEMPLO 2.º

Refiriéndonos al canal (fig. 14) y a las curvas (fig. 15)

Cuestión 1.ª ¿Cuál es la potencia consumida en vencer las resistencias, por Km. de longitud, por un caudal de 4 m³ seg. que fluye con los calados $y_0 = 1$ m.; $y_1 = 1,50$ m. e $y_2 = 2$ m., respectivamente?

Empleense, como primera aproximación, los coeficientes de G. K. correspondientes a $s_0 = 10^{-40/100}$.

Para $y_0 = 1$ m., $K = 147$, *En estos dos ejemplos s_0 es una incógnita de cada caso.*
y la pérdida de potencia es:

$$N \text{ CV} = \frac{40}{3} \cdot \frac{4^3}{147^2} \cdot 1000 = 39.50 \text{ CV}$$

Para los otros dos casos:

$$y_1 = 1,50 \text{ m.} : K = 313 \quad N = \frac{40}{3} \cdot \frac{4^3}{313^2} \cdot 1000 = 6,67 \text{ CV}$$

$$y_2 = 2,00 \text{ m.} : K = 549 \quad N = \frac{40}{3} \cdot \frac{4^3}{549^2} \cdot 1000 = 2,64 \text{ CV}$$

Cuestión 2.ª Calcular la energía disipada en resistencias pasivas por 1 m. de longitud de canal en veinticuatro horas, en el caso de un caudal de 10 m³ seg. que fluye con $y_0 = 1,50$ m. Empleese el coeficiente de G. K. para $s_0 = 10^{-40/100}$.

$K = 313,446$, y según la Ec. [8],

$$W_p = 1000 \times 10 \times 3600 \times 24 \times (10 \cdot 313,446)^2 \times 1 = 88 \times 10^4 \text{ Kgm.}$$

Cuestión 3.ª Empleando los coeficientes de Bazin, determinar la pérdida relativa de energía por Kg. de agua sobre 1 m. de longitud con un caudal de 3 m³ seg., que fluye, respectivamente, con los siguientes calados:

$$y_1 = 0,50 \text{ m.} : y_2 = 1,00 \text{ m.} : y_3 = 1,50 \text{ m.}$$

Las K respectivas son:

$$42, 149 \text{ y } 316;$$

La pérdida relativa de energía se determina por la Ec. [7]

$$y_0 = 0,50 \text{ m.}, \quad de, dx = (Q^2 K^2 - 1) / 42^2 = 0,0051$$

$$y_0 = 1,00 \text{ m.}, \quad de, dx = (Q^2 K^2 - 3.119)^2 = 0,0037$$

$$y_0 = 1,51 \text{ m.}, \quad de, dx = (Q^2 K^2 - 3.119)^2 = 0,0000$$

9. EL CALADO NORMAL. En cuestiones de régimen variado se toma frecuentemente un movimiento uniforme de referencia. Supongamos un caudal Q que fluye por un canal de dimensiones dadas y pendiente s_0 . En la figura 18 se ilustran las innumerables formas en que puede fluir dicho caudal entre dos secciones, 1 y 2, definiendo dichas formas por los caños y_1 e y_2 . Entre todas las formas posibles de movimiento, la representada por una línea gruesa paralela a la solera corresponde a movimiento uniforme. Las características de tal movimiento, en contraposición con las demás formas posibles del mismo, son.

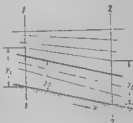


FIG. 18

$$y = \text{const.}, \quad dy/dx = 0 \quad [11]$$

El calado del movimiento uniforme constituye un parámetro perfectamente determinado cuando se conocen el caudal y las características del canal. Llamaremos al calado del movimiento uniforme calado normal, y lo designaremos por y_n . En general se empleará el subíndice n para designar los elementos concernientes al movimiento uniforme. Para un canal y un caudal Q dados, el calado normal se determina por el método expuesto en el Ejemplo 1, cuestión 4. En efecto dividiendo el caudal por la raíz cuadrada de la pendiente de la solera se obtiene el coeficiente de gasto correspondiente al calado normal

$$K_n = Q / \sqrt{s_0} \quad [12]$$

después de lo cual, el correspondiente y_n se toma en la respectiva curva K .

La curva de caudales normales ($Q_n = f y_n$). En problemas frecuentes, en los que figuran diversos caudales en un canal

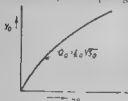


FIG. 19.—Curva característica.

dado, es útil a veces manejar un diagrama que relacione Q_n e y_n . Esto se resuelve dibujando la que llamaremos *curva de caudales normales* $Q_n = f(y_n)$, o *curva característica*.

Esta curva (fig. 19) representa para cada calado y_n y el valor del caudal, en movimiento uniforme, correspondiente al respectivo calado $y_n = y$. Como para cada calado y_n el caudal es

$$Q_n = K_n \sqrt{s_0},$$

la curva de caudales normales es la curva de coeficientes de gasto $K_n = sC\sqrt{R}$ multiplicada por $\sqrt{s_0}$.

EJERCICIOS:

1.º Dibujar la curva $Q_n = f(y_n)$ para el canal de la figura 14.

a) Para $s_0 = 4 \text{ } ^{00}_{00}$ con coeficientes de Bazin.

b) Para $s_0 = 10 \text{ } ^{00}_{00}$ con coeficientes de G. K.

2.º Dibujar la curva de caudales normales para la sección del Ejercicio general del Ejemplo 1.º Escoger y discutir una pendiente entre $s_0 = 1 \text{ } ^{00}_{00}$ y $s_0 = 15 \text{ } ^{00}_{00}$.

Ejercicio general — Se propone que el lector escoja una sección de canal, que puede utilizar para diversos ejercicios. Puede tomarse una sección trapezoidal, de anchura en el fondo w entre 1 y 8 m. y pendientes de los cajeros m n. entre 0,5/1 y 2,5/1 (fig. 16, pág. 21).

CAPITULO III

ECUACION DEL REGIMEN VARIADO

10. RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE LAS PENDIENTES SUPERFICIAL Y DEL FONDO.—En el régimen variado la línea libre no es paralela al fondo del canal. La relación entre la pendiente superficial, $s = \text{sen } \alpha$, y la del fondo, $s_0 = \text{sen } \alpha_0$, se desprende de la figura 20:

$$s = \text{sen } \alpha = \frac{bf}{bs} = \frac{cf - ch}{bs} = \text{sen } \alpha_0 - \frac{dy}{dx}$$

y de aquí

$$s = s_0 - \frac{dy}{dx} \quad [18]$$



FIG. 20



FIG. 21

11. PÉRDIDAS POR ROZAMIENTO EN EL MOVIMIENTO VARIADO.—Suponiendo las resistencias proporcionales al cuadrado de la velocidad, la pérdida de energía variará de una sección a otra, dependiendo en cada una del calado. Si en una sección cualquiera (fig. 21) el calado y' es mayor que el calado normal y_0 , la velocidad v será menor que v_0 y las pérdidas de energía se reducirán en consonancia. Si, por el contrario, $y' < y_0$, la velocidad será mayor que la del movimiento uniforme, y las pérdidas de energía sobrepasarán a las de éste.

Las pérdidas en el régimen variado con un cierto calado y pueden compararse con las que tendrían lugar con movimiento uniforme supuesto el mismo caudal, fluyendo con el mismo calado y la misma velocidad media. Evidentemente



FIG. 22. Pérdidas por rozamiento y fricción en régimen variado con calado y y supuestas iguales a las pérdidas en movimiento uniforme con el mismo caudal y y_0 .

que es de esperar que las pérdidas con régimen variado sean un tanto diferentes de las del caso de movimiento uniforme. La diferencia puede estar, en primer lugar, en una distribución de velocidades, en la sección transversal, diferente de la del caso de movimiento uniforme. Entonces, y éste es probablemente el factor más importante, existe el efecto general que la divergencia o convergencia del flujo ejerce sobre el grado de turbulencia del fluido. Pero es lo que sabemos acerca del valor relativo

del factor de rugosidad debido al rozamiento de las paredes del canal en régimen *lento*—*rápido*. Por otra parte, en la mayoría de los casos prácticos, el cambio de calado se realiza gradualmente, de forma que el estudio del movimiento con un determinado calado no puede ser muy diferente del que tendría lugar en condiciones similares, con movimiento uniforme. Por tanto, se hace la hipótesis básica de que las pérdidas en régimen variado, en una sección determinada caracterizada por el calado y (fig. 22), son las mismas que las que tendrían lugar con el mismo caudal fluyendo con el mismo calado $y=y_0$ con movimiento uniforme. Siendo la pérdida de energía $\int^2 K^2$, puede emplearse una expresión analoga para las pérdidas en el caso del movimiento variado. En efecto, las pérdidas de energía por Kg , de líquido sobre un trayecto dx son

$$de_r = \frac{Q^2}{K^3} dx \cdot \quad \frac{de_r}{dx} = \frac{Q^2}{K^3} \quad [14]$$

La relación de, dx , que depende de $K^2 = (y)$, es, por tanto, función del calado. Por lo que se refiere a

$$s_0 = Q^2 / K_0^3$$

que mide la pérdida relativa de energía en el caso del movimiento uniforme, la pérdida relativa en el movimiento variado será $Q^2 K^2 > s_0$ o $Q^2 K^2 < s_0$, según que $v < v_0$ o $y > y_0$.

12. ECUACIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO.—La ecuación diferencial del régimen variado se deduce de las Ec. [5] y [6]. Aplicando la última a las dos secciones 1 y 2 (fig. 23), distantes dx , se tiene:

$$-de = e_1 - e_2 = \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) = de_r$$



FIG. 23.

y expresada en términos diferenciales

$$\frac{de_r}{dx} = \frac{dh}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = - \frac{de_f}{dx} \quad [15]$$

Por la figura 23 se tiene, $\frac{dh}{dx} \approx \tan \alpha = s$. Por otro lado (Ec. [14]),

$$de, dx = Q^2 K^2 - v^2 C^2 R \quad [16]$$

Sustituyendo en la ecuación [15], se tiene

$$s = \frac{Q^2}{K^3} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \quad [17]$$

que es la forma clásica en que se suele dar en los libros de Hidráulica la ecuación del régimen variado.

13. LIMITACIONES DEL CAMPO DE APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO.—Es importante aclarar las condiciones específicas bajo las que es aplicable la Ec. [17]. En la Ec. [17] la expresión de la altura de la línea de energía es $e = h + \frac{v^2}{2g}$ se aplica al movimiento en conjunto, signifi-

siendo que $h = \frac{v^2}{2g}$ representa la energía cinética, en promedio, en cada kilogramo de líquido que fluye a través de la sección.

Tal será el caso siempre y cuando la altura correspondiente a la energía potencial en todo punto de la sección fuera la misma. Por dicha altura, en un cierto punto a (fig. 24) se mide, en la llamada ecuación de Bernoulli por $z + \frac{p}{\Delta}$, donde z es la elevación del punto sobre la línea de referencia y $\frac{p}{\Delta}$ es la altura piezométrica, es decir, la altura de una columna de líquido equivalente a la presión p en el punto correspondiente.



FIG. 24. Caso de distribución no uniforme de la presión.

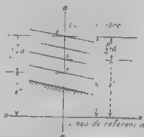


FIG. 25. Caso de distribución uniforme de la presión en un líquido en movimiento.

Si el movimiento tuviera lugar de tal forma que la presión p en un punto cualquiera de una cierta sección sea a' , en la figura 25 fuera igual a la presión hidrostática correspondiente a la profundidad d del punto por bajo de la superficie libre, entonces, como se desprende de la figura 25, la suma $z + \frac{p}{\Delta}$ sería la misma para todos los puntos de la sección y siempre $z + \frac{p}{\Delta} = z + d = h$. En este caso se cumpliría la condición arriba impuesta y la altura de la línea de energía vendría expresada por la ecuación [5]. La condición de que en un líquido en movimiento la presión

en cada punto de una sección transversa sea igual a la presión correspondiente a la profundidad del mismo, equivale a decir que la distribución de presiones sobre una sección de un líquido en movimiento viene afectada solamente por la gravedad, siguiendo por tanto, la ley hidrostática.

Los textos elementales de Hidrodinámica enseñan que la distribución de presiones en un líquido en movimiento obedecerá la ley hidrostática, y vendrá afectada solamente por

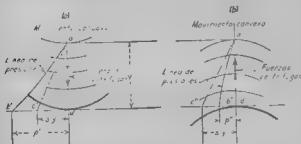


FIG. 28.—Efecto de la curvatura de las líneas de corriente en la distribución de presiones.

la gravedad siempre, y cuando el movimiento se produce de tal forma que los filetes líquidos no tengan componente de la aceleración en el plano de la sección. El movimiento a esta clase, es decir, el régimen donde no existen componentes de la aceleración que perturben la distribución de presiones en un plano perpendicular a la dirección de mismo, se denomina movimiento paralelo. Los requisitos específicos del movimiento paralelo fueron definidos con toda claridad por Bélanger en 1828 en su celebrada publicación, considerada como piedra angular de la teoría del régimen variado (1).

Dichas condiciones eran:

1.º Que las líneas de corriente no tengan curvatura notable.

(1) Véase nota bibliográfica en el Apéndice I

2.ª Que las líneas de corriente no tengan divergencia notable

En el movimiento ^{curvas verticales} curvilíneo (fig. 26), según que las líneas de corriente sean concavas o convexas, la fuerza centrífuga actuará a favor o en contra de la gravedad, resultando, por tanto, que en lugar de ser la ley de presiones la representada por el triángulo acd , la presión vendrá representada por la curva ab .

En el caso de movimiento divergente (fig. 27), cuando las líneas de corriente posean una inclinación notable con el plano de la sección transversal, la aceleración aa' puede tener una componente aa' , apreciable, contenida en el plano de la sección cuyo efecto modificará la distribución hidrostática de las presiones.



FIG. 27

Puede afirmarse que el efecto de divergencia es, en general, despreciable. Por otro lado, las desviaciones de la ley hidrostática originadas por la curvatura sue en ser considerables, de forma que tratándose de movimiento curvilíneo no son, en rigor, aplicables las ecuaciones [5] y [7].

En el artículo 6 se ha hecho la distinción entre régimen *gradualmente variado* y *movimientos locales*. Ahora estamos en condiciones de especificar las razones mecánicas que fundamentan tal distinción.

Régimen gradualmente variado es un término introducido por Boussinesq, que califica el movimiento con más propiedad que el de régimen paralelo debido a Bélanger. Mientras que, en rigor, las condiciones de Bélanger son aplicables solamente al movimiento uniforme rectilíneo, en la práctica, no obstante, como se ha hecho constar anteriormente, el cambio de circunstancias del régimen puede tener lugar tan gradual y lentamente que pueda afirmarse que las líneas de corriente no poseen curvatura o divergencia apreciables. En otros términos: que la curvatura y divergencia son lo suficientemente pequeñas para poder despreciar los efectos de la componente de la aceleración en

el plano de la sección. En el movimiento gradualmente variable de tan clase puede, por tanto, suponerse que la distribución de presiones se atiene a la ley hidrostática, sin validez, relación de la energía. Se aplicable la ecuación del régimen variado [17].

En contraposición, en la mayoría de los fenómenos que se tropieza con curvatura o divergencia de los frentes líquidos, no prevalece la ley hidrostática, no pudiendo aplicarse la Ec. [17].

Es de suma importancia tener siempre presente esta distinción, así como las premisas fundamentales.

14. CANALES PRISMÁTICOS. Aparte de las limitaciones impuestas en el párrafo precedente, la Ec. [17]

$$S = \frac{Q^2}{\mathfrak{K}^3} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right)$$

es completamente general, y puede representar en el sentido más amplio el movimiento variado, incluso en el caso en que el contorno del canal cambie gradualmente de la forma de sección $\mathfrak{K}(x)$. En el caso de un canal prismático $\mathfrak{K}(x) = \mathfrak{K}$ con un caudal Q dado, el valor de v y de las características del movimiento, en una sección dada x son funciones de un solo elemento del estado y . El problema es, por lo tanto, de dos variables: el calado y y la abscisa x estimada, por lo que no sucede como en el caso de la superfluidez, en el que se puede determinar completamente y y x mutuamente en el canal, y se determinan v y Q a su vez, a su vez, de donde $x = Q/v$ y seguidamente los demás elementos del mismo.

En todos los casos $x = x(y)$ con $\frac{dx}{dy} = \frac{v}{Q} \left(\frac{v^2}{2g} \right)$ que expresado en términos de la Ec. [17], con un caudal Q , puede ponerse en la forma:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{\mathfrak{K}^3} \right) - \frac{Q^2}{\mathfrak{K}^3} \frac{da}{dy} = \frac{dy}{dx} \quad [18]$$

En la relación $\frac{da}{dy}$ el numerador da expresa el incremento de la sección transversal debido al incremento del calado dy .

Despreciando infinitesimos de orden superior, este incremento de área (fig. 28) es $da = b dy$, donde b es el ancho de la superficie libre del líquido en el perfil. Se tiene, por tanto:

$$da/dy = b \quad [19]$$

Por consiguiente, el incremento de energía cinética

$$d\left(\frac{v^3}{2g}\right) = \frac{Q^2}{g} \frac{b}{a^3} \cdot \frac{dy}{b} \quad [20]$$

Sustituyendo en la Ec. [1] $\frac{d}{dx}\left(\frac{v^3}{2g}\right)$ por la Ec. [20], expresando v por la Ec. [13], y teniendo en cuenta la Ec. [12], en la que hacemos $Q^2/K^2 = s_0 K^2/K^2$, donde K_0 es coeficiente de gasto correspondiente al caudal normal, se tiene

$$s - s_0 = \frac{dy}{dx} = \frac{Q^2}{K^2} \frac{d}{dx}\left(\frac{v^3}{2g}\right) = s_0 \frac{K_0^2}{K^2} = \frac{Q^2}{g} \frac{b}{a^3} \frac{dv}{dc}$$

de donde:

$$\frac{dy}{dx} = s_0 \frac{1 - (K_0/K)^2}{1 - \frac{Q^2}{g} \frac{b}{a^3}} \quad [21]$$

que es la ecuación diferencial del movimiento gradualmente variado en canales prismáticos.

CAPITULO IV

FORMAS GENERALES DEL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS

15. LA ENERGIA ESPECIFICA DEL MOVIMIENTO Cuando un fluido Q fluye, con movimiento variable, con el caudal normal v_0 , el trabajo de gravedad $s_g dx$ se aplica totalmente a vencer las resistencias $\frac{Q^2}{K_0} dx$. Por tanto, las circunstancias del movimiento fig. 28 en la sección 28, y las resistencias que las de la sección 1.

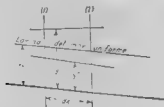


Fig. 28

Si se desea conocer, el que el movimiento sea $y > y_0$, las alturas de agua $\frac{Q^2}{K} dx$ se aplican a vencer las resistencias de un tramo dx sean menores que el trabajo de gravedad sobre el mismo tramo $s_g dx = \frac{Q^2}{K_0} dx$. Por consiguiente, en su movimiento entre los perfiles 1 y 2 se producirá un aumento de energía, que por unidad de peso será:

$$s_g dx - \frac{Q^2}{K^2 y'} dx = \left(\frac{Q^2}{K_0^2} - \frac{Q^2}{K^2 y'} \right) dx = \left(1 - \left[\frac{K_0}{K y'} \right]^2 \right) x \frac{Q^2}{K_0^2}$$

En el caso de que $y'' < y$, las pérdidas de energía $\frac{Q^3}{K^2(y')^3} dx$ serán superiores al trabajo de gravedad. Entonces, en el movimiento del líquido en el trayecto dx sufrirá una merma la energía almacenada en la sección I. Este decremento de energía se mide por la misma expresión de la Ec. 22, salvo que, como $K(y') < K(y)$ o signo de $\frac{1}{K} < \frac{1}{K_0}$, $K(y')^2$ es negativo. Véase que depende de que $v > v_0$ o $v < v_0$, el que la energía del líquido aumente o disminuya de una sección a otra.

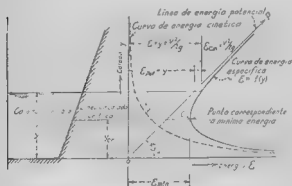


Fig. 1. Diagrama de energía para un flujo en un ojo de agua vertical.

Se trata en la Fig. 1 de un caso de mecanismo del tipo simple en el que la energía cinética E_{cn} es variable y la energía potencial E_{cp} es constante.

Supóngase una cámara Q que fluye por un canal de pendiente constante i variable y . Reteniendo el movimiento a un punto cualquiera x que pasa por la superficie libre del líquido en la sección y , se puede escribir como movimiento es:

$$z = y - \frac{1}{2g} u^2 \quad u = \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (23)$$

Consideremos la función derivada del índice medio de
 Harnad (1974) en el denominador es $\frac{g_0 g_0 g_0}{g_0 g_0 g_0}$
 $\frac{g_0 g_0 g_0}{g_0 g_0 g_0} = \frac{g_0 g_0 g_0}{g_0 g_0 g_0}$ y la derivada es $\frac{g_0 g_0 g_0}{g_0 g_0 g_0}$
 para los casos precisos de la Harnad
 que la derivada es $\frac{2g_0}{g_0}$ y la derivada es $\frac{2g_0}{g_0}$
 de la derivada es $\frac{2g_0}{g_0}$ y la derivada es $\frac{2g_0}{g_0}$

[illegible]

j) Respecto a la conservación de la energía del movimiento fluido, el sistema mecánico asociado al $\rho_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$ espacialmente homogéneo, se reduce a un caso de selección, que implica, en primer lugar, la conservación de la energía cinética, y en segundo lugar, la conservación transversal, es decir, la conservación de la helicidad. En consecuencia, se debe exigir por su conservación, que los coeficientes $\rho_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$ sean invariantes en el tiempo, es decir, $\partial \rho_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) / \partial t = 0$. Según esto, a lo que coincide con la Eq. (22) se tiene:

$$\partial_x \partial_x = s_n(1 - [\mathcal{H}_n, \mathcal{H}]) \quad (24)$$

Evidentemente, cuando

$v > v_0$ $N > N_0$ del movimiento,

mientras cuando

$v < v_0$ $N < N_0$ del movimiento,

[25]

Para un potencial variando de ∞ a 0, la curva de energía específica $\epsilon = v + \frac{U^2}{2ga^2}$ puede dibujarse como en la Fig. 1. El primer término, la energía potencial, se representa por una recta ap (Fig. 2a), inclinada 45° con relación al eje x . El segundo término $\frac{U^2}{2g}$, la energía cinética, es una curva K asintótica a los ejes. La curva $\epsilon = v + \frac{U^2}{2g}$ se obtiene sumando las abscisas u y u^2 ordinarias de ambas, resultando así una curva $\epsilon = v + \frac{U^2}{2g}$. Esta curva ofrece un mínimo correspondiente a $u = 0$ y $v = \epsilon_{\text{min}}$ que designaremos por ϵ_0 .

16. CALADO CRÍTICO.—Es el calado particular para el que la energía específica es mínima, o con otras palabras: el caudal Q que produce en una canal dada, con un coeficiente de fricción n constante, la energía específica mínima, en relación por _____.

Es de suma importancia tener un concepto claro de ello. Un cierto caudal Q puede fluir por un canal dado de numerosas maneras, caracterizado cada uno por un calado y . A cada calado corresponde un valor del número de energía específica. En general, y varía con el calado, pero, como un coeficiente de fricción constante de peso del fluido no puede bajar los valores de Q a Q_c , se puede encontrar un valor mínimo de energía específica con el que un caudal Q puede fluir por la canal dada. Por tanto, el calado crítico y_c es el mínimo posible. El número Q_c es constante para cualquier sección de los canales de régimen.

Por consiguiente, los valores Q_c y y_c son los que

$$\frac{\partial a}{\partial y} = 1 - \frac{Q^2}{ga^3} \cdot \frac{\partial a}{\partial y} = 0$$

y como

$$\partial a / \partial y = b \text{ (ver Ec. [19])}$$

$$\frac{\partial a}{\partial y} = 1 - \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{b}{a^3} = 0 \quad [26]$$

que corresponde al calado crítico de una sección por la ecuación

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{a^3}{b} \quad [27]$$

En otros términos, el calado crítico para un caudal dado Q es el calado y_c para el que a^3/b es igual a

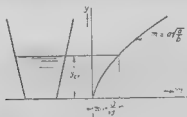
$$\begin{aligned} (a^3/b)_c &= Q^2/g \\ (a\sqrt{a/b})_c &= Q/\sqrt{g} \end{aligned} \quad [28]$$

La función \mathfrak{M} . Para una sección dada, el valor de a^3/b es solamente función del calado. Podemos designar por

$$a\sqrt{a/b} = \mathfrak{M}, \quad a^3/b = \mathfrak{M}^2 \quad [29]$$

y llamémosla \mathfrak{M} y $a\sqrt{a/b}$ la función \mathfrak{M} . Representada

gráficamente, para una sección transversal dada (fig. 31), la función \mathfrak{M} permite determinar el calado crítico para cualquier caudal que circule por el canal. En efecto: para un



$$Q \text{ dado, se determina } M = \frac{Q^2}{g A^3} \text{ el valor crítico } M_{cr} \text{ de la función } \mathfrak{M} = \frac{Q^2}{g A^3} \quad (30)$$

de donde, dado Q , se determina (fig. 31) el valor crítico y_{cr} .

$$\mathfrak{M}_{cr} = \frac{Q^2}{g A_{cr}^3} \quad (30)$$

En consecuencia, mediante la curva \mathfrak{M} , se obtiene el valor del calado crítico y_{cr} .

Sección rectangular.—En el caso de la sección rectangular (figura 32), siendo el caudal por unidad de ancho del canal

$$q = Q/b \quad (31)$$

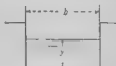


FIG. 32.

la función $\mathfrak{M}(y)$ es:

$$\mathfrak{M} = \frac{q^2}{g} \left(\frac{1}{y^3} - \frac{1}{b^2 y} \right) \quad (32)$$

El calado crítico se obtiene de la relación

$$\left(\frac{1}{y_{cr}^3} - \frac{1}{b^2 y_{cr}} \right) = \frac{g}{q^2} \mathfrak{M}_{cr} = \frac{g}{q^2} \left(\frac{1}{y_{cr}^3} - \frac{1}{b^2 y_{cr}} \right)$$

de donde

$$y_{cr} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (33)$$

EJEMPLO 3.º

Cuestión 1.ª Representar la curva \overline{M} en a/b para la sección transversal de canal de la figura 14.

En la Tabla III se dan los valores de \overline{M} para las a/b de la Tabla I.

TABLA III

y	h	a	b	a/b	$\overline{M} = 1/\sqrt{a/b}$
0,5	1	1,25	5,00	0,14	0,80
1,0	1	2,50	1,00	0,770	2,598
1,5	1	3,75	0,60	1,57	5,81
2,0	1	5,00	0,40	1,53	9,242
2,5	1	6,25	0,30	1,467	11,241
3,0	1	7,50	0,20	1,875	20,545
3,5	1	8,75	0,15	2,17	28,143
4,0	1	10,00	0,10	2,400	37,17
4,5	1	11,25	0,09	2,63	47,7
5,0	1	12,50	0,08	2,76	59,745
5,5	1	13,75	0,07	3,17	73,66
6,0	1	15,00	0,06	3,428	88,848

En la figura 15 se ha dibujado la curva.

Cuestión 2.ª Determinar los caudales Q en m^3/seg para $y = 8$ y 88 m/seg respectivamente.

Según la Ec. [30], haciendo $\sqrt{g} = 9,81 \text{ m/seg}$:

Para $Q = 8 \text{ m}^3/\text{seg}$: $\overline{M} = 8/11,62 = 2,598$, $a/b = 1,0$

Para $Q = 20 \text{ m}^3/\text{seg}$: $\overline{M} = 20/11,62 = 9,250$, $a/b = 2,0$

Para $Q = 88 \text{ m}^3/\text{seg}$: $\overline{M} = 88/11,62 = 28,007$, $a/b = 3,5$

Cuestión 3.ª En un canal rectangular de 3 m de ancho determinar el caudal crítico correspondiente a caudales de 4, 5 y $6 \text{ m}^3/\text{seg}$.

Los caudales respectivos por unidad de ancho son $q = 4/3$, $5/3$ y $2 \text{ m}^3/\text{seg}$. Por la Ec. [33] se tiene:

$$q = 4/3 \text{ m}^3/\text{seg} \quad y_c = \frac{1}{3} \sqrt[3]{4 \cdot 9,81} = 0,566 \text{ m.}$$

$$q = 5/3 \text{ m}^3/\text{seg} \quad y_c = \frac{1}{3} \sqrt[3]{5 \cdot 9,81} = 0,656 \text{ m.}$$

$$q = 2 \text{ m}^3/\text{seg} \quad y_c = \frac{1}{3} \sqrt[3]{2^2 \cdot 9,81} = 0,741 \text{ m.}$$

TABLA IV

y	a	$r = \frac{50}{a}$	$\frac{r}{2g}$	$\frac{r^2}{2g}$	λ
0,50	1,25	40,000	81,600	82,100	226,100
0,75	2,00	24,272	40,046	30,766	80,122
1,00	3,00	16,667	14,116	10,160	28,342
1,25	4,00	12,500	7,715	5,985	12,370
1,50	5,25	9,524	5,026	3,526	6,138
1,75	6,56	7,622	3,651	2,531	4,786
2,00	8,00	6,250	3,125	1,952	3,862
2,25	9,56	5,336	2,697	1,617	3,240
2,50	11,25	4,444	2,369	1,340	2,896
2,75	13,00	3,846	2,117	1,147	2,544
3,00	15,00	3,333	1,867	1,000	2,378
3,25	17,00	2,941	1,688	0,888	2,270
3,50	19,25	2,597	1,511	0,814	2,188
3,75	21,80	2,293	1,371	0,724	2,116
4,00	24,00	2,083	1,250	0,625	2,110
4,25	26,56	1,883	1,161	0,540	2,085
4,50	29,25	1,709	1,100	0,490	2,066
4,75	32,00	1,562	1,021	0,474	2,052
5,00	35,00	1,429	0,954	0,460	2,042
5,25	38,00	1,316	0,888	0,448	2,033
5,50	41,25	1,212	0,825	0,437	2,027
5,75	44,50	1,122	0,764	0,411	2,022
6,00	48,00	1,042	0,707	0,400	2,018
7,00	60,00	0,833	0,562	0,332	2,006
8,00	80,00	0,625	0,390	0,260	2,000
9,00	90,00	0,556	0,311	0,207	2,000
10,00	120,00	0,417	0,176	0,100	2,000

17. INTERPRETACION FISICA DE LOS FENOMENOS.—El concepto de energía específica proporciona una explicación clara y simple de muchos fenómenos de régimen variado.

El resalto hidráulico—Como se ilustra en la figura 34, el resalto es una transición brusca del régimen, con salto en la curva de energía de la rama inferior a la superior. e_1 y e_2 son las energías específicas correspondientes a los caudales d_1 y d_2 , antes y después del resalto. $e_2 - e_1 = h_r$ es la pérdida de energía debida al resalto, pérdida que en ciertas circunstancias puede ser considerable.

Régimen ante un resalto. Deposition hydraulique. La figura 34 representa este caso. Para simplificar la cuestión supondremos horizontal la solera del canal, de forma que

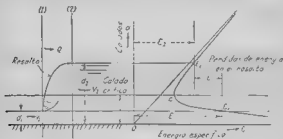


FIG. 34.—Interpretación física del resalto hidráulico.

sea nulo el efecto acelerador de la pendiente $\frac{dy}{dx}$ de y , y las resistencias pasivas. En tales condiciones el movimiento

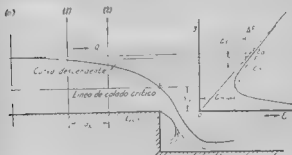


FIG. 35.—Régimen ante un escalón.

se produce exclusivamente a expensas de la energía acumulada en el líquido. En consecuencia, el paso de la sección (1) a la (2) corresponde a un descenso sobre la rama superior de la curva de energía, en el cual, la pérdida de energía ΔE

se acompaña al descenso del líquido. Al descender la superficie del líquido se mueve hacia su nivel natural, descendiendo por debajo del nivel natural, y cuando el líquido en su descenso se encuentra con el punto en que se desvía la carga, el líquido desviado por debajo de la superficie del líquido, a su vez, mueve la carga inferior de la curva, lo que solo puede ocurrir si se produce una carga superior.

El líquido en el espacio por debajo de la carga que se mueve hacia el punto de equilibrio del líquido, se mueve hacia el punto de equilibrio. Por tanto, el líquido en el espacio por debajo de la carga que se mueve hacia el punto de equilibrio, al mismo tiempo, se mueve hacia el punto de equilibrio, sobre un escalón.

El líquido en el espacio por debajo de la carga que se mueve hacia el punto de equilibrio, al mismo tiempo, se mueve hacia el punto de equilibrio, sobre un escalón.

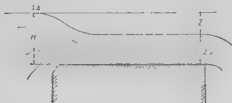


Fig. 8

situación. Supongamos que el líquido en el depósito B permanece constante, mientras que desciende en B . Dentro de ciertos límites el líquido y_2 seguirá en su descenso, lo que se debe al efecto B . Por el contrario, el líquido en el extremo A_2 se quedará en el extremo del tubo, permaneciendo constante en el extremo por más que descienda el líquido en B .

El enlace entre la superficie del líquido fluyente de la carga y el nivel de depósito B tiene lugar en tal caso mediante una curva de depresión hidráulica.

Ver el caso en pared gruesa. La figura 8 representa esquemáticamente un vertedero en pared gruesa. En el caso de desague libre el calado d que se establece en el extremo

cul y efectos de viscosidad, y se tiene, de (17) y (18), si q es el caudal por unidad de ancho, S/H es la caída sobre el vertedero, antes de ser vertida teniendo en cuenta la velocidad de caída, el caudal es $q = m\sqrt{2gH^3}$, que m es el coeficiente de gasto en el vertedero. Luego, de (19) se tiene:

$$u = 2m^2H$$

de donde

$$d/H = d/\sqrt{2m^2} \quad m = \sqrt{1/2} d/H \quad (31)$$

Se ve que para una altura H dada, el coeficiente m que se establece sobre el vertedero depende de d y de u . Cuanto mayor sea u o d , es decir, cuanto mayores son las resistencias, mayor es el coeficiente relativo d/H . En consecuencia, d/H es una expresión que puede considerarse como un parámetro máximo, si se quiere, sobre el cual se han escrito los libros de texto. Conviene, en particular, recordar que d/H vale siempre dos tercios. Es decir, cuando en un caso el régimen fueran ideal, la razón de los d/H y de los u es por tres. d/H es menor que dos tercios. Por el contrario, es mayor que la velocidad u en la cascata del vertedero, es decir, la velocidad u es menor que d/H cuando u es la velocidad u y d la medida en cuenta las resistencias, tenemos:

$$u = 2\sqrt{2gH} - d = 2\sqrt{2gH} \left\{ 1 - \frac{d}{H} \right\} = 2\sqrt{2gH} \sqrt{1 - d^2}$$

y, por tanto, el caudal

$$q = u d = 2\sqrt{2gH^3} \sqrt{1 - d^2}$$

y el coeficiente de gasto

$$m = \sqrt{1/2} \sqrt{1 - d^2} \quad (32a)$$

Comparando con la fórmula (31) se tiene

$$m = \sqrt{1/2} \sqrt{1 - d^2} = \sqrt{1/2} \sqrt{1 - d^2} \quad (32b)$$

de donde

$$\left. \begin{aligned} d^2 &= \frac{d}{2(1 - d^2)} \\ d^2 &= \frac{2\varphi^2}{1 - 2\varphi^2} \end{aligned} \right\} \quad (32c)$$

Evidentemente, $\lambda = 5^{-1}$, $d = 34 \text{ cm}$ y el coeficiente de gasto $E = 34^2 \sqrt{1.45} = 1,85$. Para cualquier valor de m se obtienen por las figs. 34a-34c los valores correspondientes del calado reducido d' del coeficiente de velocidad φ . He aquí algunos valores

m	φ	d'
0,385	1,0	$\frac{2}{3}d$
0,350	0,915	0,625
0,320	0,85	0,60

Régimen curvilíneo. Experimentalmente se ha comprobado que en un vertedero sobre pared gruesa el calado crítico $d_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ se alcanza una cierta distancia antes del borde del vertedero (sección C, fig. 37) y que el calado d' sobre

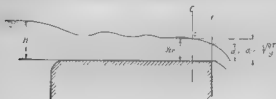


Fig. 37.—Régimen sobre un vertedero en pared gruesa.

el borde es algo menor. La explicación estriba en el hecho de que el calado crítico $d_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ se ha determinado en el caso de la hipótesis de movimiento paralelo. En otros términos $d_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ corresponde a un régimen con el contenido mínimo de energía en movimiento paralelo y sólo para este movimiento.

En el caso de régimen curvilíneo el mínimo contenido posible de energía correspondiente a un caudal q difiere de $\epsilon_{\text{min}} = 1,5 \sqrt[3]{q^3/g}$, correspondiente al régimen paralelo. Es mayor en el movimiento concavo (fig. 26a) y menor en el convexo (fig. 26b).

Por tanto, el estado crítico, es el estado en el que el contenido de energía del movimiento es mínimo, es menor que $\frac{1}{2} q^2/g$ en corrientes convexas y mayor en concavas. Los frictos y fuidos incrementan gradualmente la cavatur convexa entre los perfiles C y P en el tramo BC por tanto, el estado crítico disminuye desde $d_c = \sqrt{q^2/g}$ en C a un valor menor d_m sobre el borde.

Nota por el estado crítico.—En vista de que el estado crítico es un parámetro del tipo del movimiento, y la pendiente de la rugosidad de las paredes y de otras circunstancias incontrolables, se ha pensado en utilizar el régimen en estado crítico para determinar el caudal de un canal.

En efecto, suponiendo que mediante un artículo cualquiera se provoca el régimen crítico en una sección dada, la determinación del caudal se reduciría a medir el estado correspondiente.

Si la sección transversal de canal fuera rectangular, el caudal correspondiente al estado d sería:

$$Q = b \sqrt{gd^3} = bd \sqrt{gd}$$

y en el caso más general

$$Q = \sqrt{g} \left[M - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Se han realizado diversos intentos de llevar a la práctica esta idea.

El caudal crítico se provoca corrientemente, bien por un estrechamiento o en la sección del canal, según el caso, el momento correspondiente se mide mediante un escalon en la superficie. La amplitud de este se preserva, el fenómeno de la depresión hidráulica.

En el cálculo de los donadores de caudal crítico es particularmente interesante no olvidar que las relaciones $q = bd \sqrt{gd}$ o $Q = a \sqrt{ga^3}$ son de aplicación estrictamente válidas al régimen paralelo. En otros términos, solo puede lograrse el estado si el régimen, en la sección donde se mide el caudal crítico, es prácticamente paralelo.

Ecuación del régimen gradualmente variado. La ecuación de energía específica y el diagrama de energía (fig. 30)

podían aplicarse al movimiento para establecer la ecuación diferencial general del régimen variado. En efecto, refiriéndonos a la figura 47, el incremento de energía entre las secciones 1 y 2, suponiendo que la distancia dx es pequeña, es $\frac{\partial z}{\partial x} dx = \rho_0$, variando $\frac{\partial z}{\partial x}$ determinado por la E. (24). Este incremento de energía específica es evidentemente igual a la variación de energía específica sobre el diagrama correspondiente a un incremento dy de calado, es decir:

$$-dz = -\frac{\partial z}{\partial y} dy,$$

donde z es la altura por 1 lb. de ρ_0 (en unidades), se tiene:

$$\frac{\partial z}{\partial x} dx = \frac{\partial z}{\partial y} dy,$$

de donde

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial z / \partial x}{\partial z / \partial y} = g \frac{1 + (K_0/K)^2}{1 - \frac{Q^2}{g} \frac{b}{a^3}}$$

que es la Ec. (21).

Podríamos notarse, cuando a este punto, que anteriormente se supuso que el tipo de carga es el de un tipo de sustentación lineal, constante, sobre la lámina de placa. Pero, en la sección anterior, fué deducido que la carga de sustentación específica sobre el régimen variado, expresada en términos de Q y b , se explicaba por consideraciones puramente analíticas. En consecuencia, deducimos que la Ec. (21) para el valor particular de $Q^2 b/a^3$ que se encuentra en el caso de un tipo de sustentación g^n

alto, $g^n \rightarrow \infty$. Este inconveniente, sobre la continuidad de la curva libre, que empiezan inclinada a perpendicular al eje X . Esta discontinuidad se supuso informada experimentalmente en la formación del resaca.

18. RÉGIMEN CRÍTICO.—Cuando un fluido discurre por una canalidad, con el talud crítico, Q y z es, due que tuvo

en *regimen critico* y en *estado critico*. Para un caudal dado el calado crítico, determinado en el Ap. 16, indica el calado particular, con el que el caudal Q puede fluir en estado crítico.

Caudal critico Q_c .—Invertiendo el razonamiento, se puede decir que para cada calado y de un canal dado existe un determinado caudal Q_c que fluye en regimen critico. Llamaremos a Q_c caudal critico. Viene determinado por la Ec. [30], siendo igual a

$$Q_c = \sqrt{g} \mathfrak{M}(y) = \sqrt{ga} \sqrt{a'b} \quad [35]$$

Para una sección dada puede dibujarse la curva $Q_c = f(y)$, que es, evidentemente, la curva $\mathfrak{M}(y)$ multiplicada por el factor \sqrt{g} .

Velocidad critica v_c .—La velocidad correspondiente al regimen critico se llama velocidad critica, y la designaremos por v_c . Por la Ec. [35] se tiene:

$$v_c = Q_c/a = \sqrt{g} \sqrt{a/b} \quad [36]$$

El cociente a/b tiene una interpretación física sencilla: es (fig. 38) el calado de la sección rectangular equivalente del mismo ancho que la dada. Designémoslo:

$$a/b = \delta \quad [37]$$

y lo llamaremos *calado medio* de la sección.

La velocidad crítica es entonces:

$$v_c = \sqrt{g\delta} = \sqrt{\frac{1}{2} g \frac{\delta^3}{\delta}} \quad [38]$$

es decir, la velocidad debida a una altura igual a la mitad del calado medio? Comparando el calado medio con el radio hidráulico $R = a/\delta$ se tiene:

$$\delta/R = a/b \cdot \delta/a = \delta/b \quad [39]$$

Sección rectangular.—Para una sección rectangular (figura 22) se tiene por la Ec. (31):

$$\begin{aligned} q_a &= \sqrt{g} \sqrt{y^3} \\ v_a &= \sqrt{g} \sqrt{y} \end{aligned} \quad [10]$$

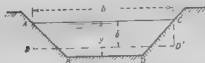


FIG. 38.—El calado medio $\delta = a/b$.

En este caso se tiene, evidentemente,

$$\delta = a/b = y \quad [41]$$

19. PENDIENTE CRÍTICA (fig. 39).—La pendiente de la solera que para un calado dado y provoca el régimen crítico con movimiento uniforme, se llama *pendiente crítica*, que designaremos en adelante por la letra σ para diferen-

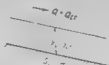


FIG. 39.—La pendiente crítica σ .

ciarla de σ_1 y σ_2 . La pendiente crítica σ es función del calado. Para determinarlo se tiene, por definición, $Q^2 = K^3 \sigma$ o la vez $Q^2 = g \mathfrak{M}^3$, de donde

$$\begin{aligned} \sigma K^3 &= g \mathfrak{M}^3 \\ \sigma &= g \frac{\mathfrak{M}^3}{K^3} \end{aligned} \quad [42]$$

En esta ecuación \mathfrak{M} y K son valores particulares de la función $\mathfrak{M} = a\sqrt{ab}$ y del módulo $K = aC\sqrt{R}$ para el calado

dado γ . Para una sección transversal dada puede dibujarse la curva $z = f(\gamma)$ como se hace en la figura 13 para el canal de la figura 14.

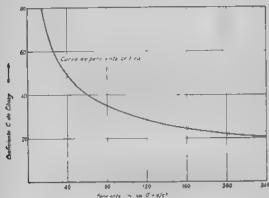


Fig. 40.

Puede obtenerse otra expresión de z sustituyendo en la Ec. [12] los valores $\gamma = \frac{q}{Cz}$ y $\gamma^3 = \frac{q^3}{C^3 z^3}$ en la Ec. [13], con lo cual

$$z = \frac{q}{C} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{n}{a} \frac{1}{\gamma^3} \right) = \frac{q}{C} \left(\frac{1}{C} - \frac{n}{a} \frac{1}{C^3} \right), \quad [13]$$

lo que puede ponerse en la forma

$$z = z' \cdot \phi(b),$$

donde

$$\phi = \left(\frac{1}{C} - \frac{n}{a} \frac{1}{C^3} \right) \quad [14a]$$

Se construye la curva $z = g(C^2)$ como función de C , para una serie de valores concretos (fig. 41). En el caso de una sección en que el ancho es grande comparado con el talud γ , por tanto $\phi \approx n$, en la Ec. [13], no difiere mucho de la unidad, lo cual es el caso corriente en los cursos naturales de agua; la curva $z = g(C^2)$ da directamente los valo-

res de la pendiente crítica. En los restantes casos debe multiplicarse por βb , factor siempre > 1 .

En la figura 41 se dan algunos ejemplos de secciones de canales, para apreciar el valor de coeficiente βb .

Pendiente crítica normal — La curva de pendiente crítica, como se trazó en la figura 15, es una característica

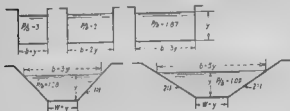


Fig. 41

inherente a la sección del canal. Depende de la forma de la sección y de la rugosidad de las paredes, siendo función del calado y .

Para un caudal dado es conveniente fijar unos parámetros característicos ciertos valores particulares de la pendiente crítica, a saber: 1) la pendiente crítica τ_c para el calado normal y_n ; 2) la pendiente crítica τ_c para el calado crítico y_c . A τ_c la denotaremos pendiente crítica normal.

Evidentemente, τ_{cn} es la pendiente con la que fluye el caudal dado en estado crítico con movimiento uniforme.

EJEMPLO 5.º

Cuestión 1.º Representar la curva de pendiente crítica $\tau_c = \tau_c(y)$, para el perfil de canal de la figura 44, utilizando los coeficientes de Bazin y además las Fcs. 1.º) o 1.º).

Emprendiendo la Ec. [43] y tomando los valores de $\beta = b/y + 2.5$ Tabla I y Tabla II y los valores de χ Cº de la figura 40, se tiene

TABLA V

y	p	b	C	$\frac{S}{C^2}$ en $1 \cdot 10^{-4}$	$p \cdot b$	$\frac{2}{C}$ en $1 \cdot 10^{-4}$
0,5	3,414	1,00	58,155	29,096	1,119	83,009
1,0	1,828	1,00	62,999	24,718	1,207	29,835
1,5	6,243	1,00	63,561	22,823	1,248	28,487
2,0	7,657	6,00	67,285	21,668	1,276	27,648
2,5	9,071	7,00	68,557	20,872	1,295	27,029
3,0	10,485	8,00	69,544	20,278	1,310	26,564
3,5	11,899	9,00	70,388	19,800	1,322	26,175
4,0	13,311	10,00	71,136	19,386	1,331	25,803
4,5	14,724	11,00	71,723	19,070	1,339	25,534
5,0	16,132	12,00	72,259	18,788	1,345	25,270
5,5	17,556	13,00	72,803	18,508	1,350	24,986
6,0	18,970	14,00	73,332	18,292	1,355	24,786

En la figura 13 se dibuja la curva correspondiente

Cuestión 2.ª Determinar x_c y y_c para un caudal $Q = 10$ m³ seg. con $s_0 = 5 \cdot 10^{-4}$.



Fig. 42

Para el calado normal y_0 se tiene:

$$M_0 = Q \sqrt{s_0} = 10 \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-2} = 447,207;$$

en la curva M (fig. 13) corresponde el valor $y_0 = 1,78$ m

Para el calado crítico

$$M_c = Q \sqrt{g} = 10 \cdot 3,132 = 3,193$$

y de la curva M (fig. 15)

$$y_c = 1,11 \text{ m.}$$

Los valores de τ_0 y τ_{cr} que corresponden en la curva σ (figura 15) a $v_0 = 1,70$ e $v_{cr} = 1,11$, son prácticamente 27^{00}_{00} y 30^{00}_{00} , respectivamente.

Cuestión 3.ª Supongamos que en el canal de 1.11 m. de $y_0 = 8,00$ m. e $y_{cr} = 2$ m. Determinar τ_0 y τ_{cr} empleando coeficientes de G. K., para $v_0 = 1,70$ m., con $n = 0,013$ y $n = 0,025$, respectivamente.

1. Los elementos geométricos son, $y = 2$ m. y $y = 8$ m.

$y = 2$ m., $a = 2$; $b = 16$; $p = 17,2$; $p/b = 1,073$; $R = 1,51$
 $y = 8$ m., $a = 17,6$; $b = 34$; $p = 38,8$; $p/b = 1,14$; $R = 4,54$

2. Valores de C y σ :

	$n = 0,013$	$n = 0,025$
Para $y = 2$	$C = 17,19$	$C = 13,48$
$R = 1,51$	$\sigma = 17,19 \times 10^{-4}$	$\sigma = 12,94 \times 10^{-4}$
Para $y = 8$	$C = 38,841$	$C = 30,116$
$R = 4,54$	$\sigma = 12,57 \times 10^{-4}$	$\sigma = 39,06 \times 10^{-4}$

3. Valores de σ ($\sigma = \tau \cdot p/b$):

σ_{cr} para $y_{cr} = 2$ m.

Con $n = 0,013$; $\sigma_{cr} = 17,19 \times 10^{-4} \times 1,073 = 16,19^{00}_{00}$

Con $n = 0,025$; $\sigma_{cr} = 12,94 \times 10^{-4} \times 1,073 = 16,80^{00}_{00}$

τ_0 para $v_0 = 8$ m.

Con $n = 0,013$; $\tau_0 = 12,57 \times 10^{-4} \times 1,14 = 14,31^{00}_{00}$

Con $n = 0,025$; $\tau_0 = 39,06 \times 10^{-4} \times 1,14 = 44,53^{00}_{00}$

20. OTRAS FORMAS DE LA ECUACIÓN DEL RÉGIMEN VARIABLE.—La ecuación [21]

$$\frac{dy}{dz} = \sigma_0 \frac{1 - \frac{K_0' K}{Q^2 \frac{h}{a^3}}}{1 - \frac{Q^2 \frac{h}{a^3}}$$

puede presentarse en otras formas.

1.° Sustituyendo en el denominador, de acuerdo con las Ecs. [28] y [29]:

$$Q^2 g \mathfrak{M}^2, \quad b a^3 = 1 \mathfrak{M}^2,$$

se obtiene

$$\frac{dy}{dx} = s_0 \frac{1 - (\mathfrak{K}_0 \mathfrak{K})^2}{1 - \mathfrak{M} \mathfrak{M}'} \quad [44]$$

Para aclarar esto, recordemos que \mathfrak{K} y \mathfrak{M} representan las funciones $\mathfrak{K} = aC\sqrt{R}$ y $\mathfrak{M} = a\sqrt{ab}$ del calado, mientras que \mathfrak{K}_0 y \mathfrak{M} son determinados valores paramétricos de ambas funciones, para el caso normal y_0 y para el calado crítico y_c , respectivamente.

2.° Se obtiene otra forma poniendo en el denominador \mathfrak{M} en función de \mathfrak{K} . Por la Ec. [42] se tiene

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{a^3}{b} = \mathfrak{K}^2 \frac{a}{\theta};$$

y, por otra parte, $Q^2 g = \mathfrak{K}^2 s_0$, es por tanto,

$$1 - \frac{Q^2 b}{ga^3} = 1 - \frac{s_0 \mathfrak{K}^2}{g} \cdot \frac{g}{s \mathfrak{K}^2} = 1 - \frac{s_0}{s} \left(\frac{\mathfrak{K}_0}{\mathfrak{K}} \right)^2 \quad [45]$$

y haciendo $s_0/s = s_0/\sigma = \sigma_0/\sigma$, donde s_0 es la pendiente crítica normal, se tiene

$$\frac{dy}{dx} = s_0 \frac{1 - \frac{\mathfrak{K} \mathfrak{K}'}{\mathfrak{K}_0 \mathfrak{K}}}{1 - \frac{\sigma_0}{\sigma} \left(\frac{\mathfrak{K}_0}{\mathfrak{K}} \right)^2} = s_0 \frac{1 - (\mathfrak{K}_0 \mathfrak{K})^{-1}}{1 - \frac{\sigma_0}{\sigma} \left(\frac{\mathfrak{K}_0}{\mathfrak{K}} \right)^2} \quad [46]$$

Puesta en esta última forma puede emplearse a Ec. [46] para integración y, por consiguiente, para la determinación de las curvas de superficie libre y $f(x)$. Cuando se dan la forma del canal, la rugosidad de las paredes, la pendiente de la solera s_0 y el caudal Q , la Ec. [46] da la derivada del calado en función solamente de dos variables: $\mathfrak{K}_0/\mathfrak{K}$ y σ_0/σ . Ambas variables, a su vez, son funciones de y o de y y y_c .

Para $y = y_c$, ambas relaciones, $\mathfrak{K}/\mathfrak{K}_0$ y σ_0/σ , son = 1. Designando, en particular,

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = \beta \quad \text{y} \quad \frac{s_0}{\sigma_0} = \beta_0, \quad \text{de donde} \quad \beta = \beta_0 \frac{\sigma_0}{\sigma} \quad [47]$$

se tiene la Ec. [46] en la forma

$$\frac{dy}{dx} = \sigma_0 \frac{1 - (\beta_0 \beta / \beta_c) \mathfrak{K}^2}{1 - \beta / \beta_c} \frac{\mathfrak{K}^2}{\mathfrak{K}^2} \quad [48]$$

En las Ecs. [47] y [48], β_0 es un nuevo parámetro, mientras que σ_0 , σ y β reflejan la variación de la pendiente crítica al variar el calado. Usualmente esta variación no es muy sustancial, y dentro de ciertos límites (V. Cuestión 2^a, Ejemplo 1^o) el valor de σ , σ_0 y, por consiguiente, el valor de β , pueden aceptarse prácticamente constantes. En la práctica de integración se descompondrá el tramo en zonas, para cada una de las cuales se supondrá constante el valor de σ .

CAPITULO V

RECAPITULACION LAS CARACTERISTICAS DEL REGIMEN

Para evitar posibles confusiones en relación con los muchos conceptos introducidos a lo largo del estudio que precede, resumimos a continuación, a modo de summary, las distintas características del régimen

21. CARACTERÍSTICAS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL —Se dice que un canal está definido cuando se conocen:

- La forma y dimensiones de la sección transversal.
- La naturaleza de las paredes (coeficiente de rugosidad).

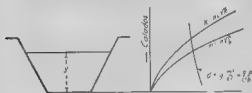


Fig. 43.—Curvas características de la sección de un canal.

Una sección de canal dada posee las siguientes características, inherentes a la misma como tal sección, que son funciones del caudal (fig. 43 V, también fig. 35):

- 1.ª La curva de coeficientes de gasto $K = a C \sqrt{R}$
- 2.ª La curva $M = a \sqrt{b}$
- 3.ª La curva de pendiente crítica $\sigma = \frac{g}{C^2} \frac{P}{b} = g \frac{M^2}{K^2}$

También :

4.ª La curva de velocidad crítica... $v_c = \sqrt{g} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

5.ª La curva de caudal crítico... $Q_c = \sqrt{g} \mathfrak{M} = a \sqrt{g} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

Las curvas \mathfrak{M} , v_c y Q_c dependen solamente de la forma geométrica de la sección transversal.

Las curvas \mathfrak{K} y τ dependen de la rugosidad de las paredes. Si se emplea una fórmula de τ , por ejemplo la de Chezy, donde se supone que τ varía con la pendiente de la solera, debe tenerse en cuenta el posible efecto de tal variación.

En las tablas que se acompañan al final del libro se incluyen series de curvas características correspondientes a secciones empleadas en diversos ejemplos.

22. PARÁMETROS DEL RÉGIMEN. Se dice que está definido un tipo de régimen cuando se conocen

La pendiente del cauce (definida en el artículo precedente).

La pendiente s_0 de la solera.



FIG. 44.—Las zonas del régimen

El caudal Q que fluye por el canal

Los parámetros del movimiento serán, por tanto

1.ª El calado normal y_0 , que es el calado del movimiento uniforme para el caudal Q con la pendiente s_0 . y_0 se determina por la curva \mathfrak{K} como valor correspondiente a $\mathfrak{K}_0 = Q \sqrt{s_0}$.

2.ª El calado crítico y_c , que es el calado con el que fluiría el caudal Q en un canal dado con un contenido mínimo de energía específica. y_c se determina mediante la curva $\mathfrak{M}(y)$ como calado correspondiente a $\mathfrak{M}_c = Q \sqrt{g}$.

3.º Las pendientes críticas τ_0 y τ_{cr} , correspondientes, respectivamente, a y_0 e y_{cr} .

Zonas de cambio de régimen—Los calados normal y crítico dividen la sección, conforme se representa en la figura 14, en las tres zonas que se especifican

Curvas auxiliares.—En la práctica, se recurre a veces a las siguientes curvas:

4.º Curva de caudal normal $Q_0 = K(y_0)^{3/2}$, curva de caudales con movimiento uniforme $Q = K_0 \sqrt{\tau_0}$

5.º Curva τ_0 y a veces la curva τ_{cr} , τ_1 que representan la relación de τ_0 y τ_{cr} , la pendiente crítica variable

6.º Curva de energía específica $z = y + \frac{v^2}{2g}$ y $\frac{Q^2}{2ga^3}$

CAPITULO VI

CLASIFICACION DEL REGIMEN

23. PENDIENTES SUAVES Y FUERTES. Fue Bélanger (1828) quien, comentando las experiencias de Bidone sobre el resalto, hizo distinción entre los cursos naturales, en los que tiene lugar la formación del resalto, y aquellos en que el canal con la tanina no perturbada de la superficie, es decir, en que la transición no perturbada de la subcrítica a la supercrítica provocada por una presa se realiza mediante una curva

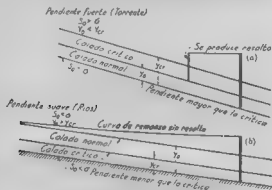


Fig. 46. Diferencias fundamentales entre la pendiente suave y fuerte de la solera.

continua (fig. 3). Naturalmente, solo puede producirse el resalto (fig. 34) cuando el agua fluye con un calado menor que el crítico $y_0 < y_{cr}$ (fig. 45a). Por el contrario, en el caso en que $y_0 > y_{cr}$ (fig. 45b), la curva de enlace permanece totalmente comprendida en la rama superior de la curva de energía, formándose una curva continua del tipo representado en la figura 3.

Como los valores relativos de y_a e y_c dependen de la magnitud de la pendiente de la solera, hay que definir lo que se entiende por pendiente *fuerte* o *suave*: se dice que la pendiente s_0 es suave cuando es inferior a la crítica $s_c < s_0$ y cuando hace que $v_a > y_c$, mientras que se aplica la denominación de *fuerte* en el caso contrario.

Saint Venant llamaba a las corrientes naturales de pendiente suave, en las que existe calma, movimiento tranquilo y remansos, *rios*, mientras que a las que, con fuerte pendiente, ofrecen resaltos, cataratas y otras irregularidades las denomina *torreñales*.

24. ESTADOS DEL RÉGIMEN La anterior disunción, si bien es útil a veces, no es completamente satisfactoria para

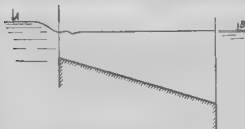


Fig. 46.—Superficie libre en formación de resalto en un canal con pendiente fuerte.

penetrar en la esencia de los hechos. Ya Boussinesq apuntó certeramente que es esencial distinguir los diferentes *estados de régimen* posibles. Un resalto, como el representado en las figuras 7 y 8, puede tener lugar en un canal de pendiente suave con $s_0 < s_c$, y también puede formarse cerca de remansos, sin resaltos, en un río (fig. 46) de pendiente fuerte.

En efecto, todo depende de que la velocidad del movimiento sea superior o inferior a la crítica, o en otros términos, de que el calado sea inferior o superior al crítico.

Mediante la curva de energía específica se tiene una visión clara de los estados del régimen. En la figura 47 el calado crítico divide a todas las formas posibles del régi-

men en dos zonas, correspondientes a los dos estados principales del régimen:

1.^a Zona T, que corresponde a la rama superior de la curva ϵ , en donde $y > y_c$ y $v < v_c$, cuyo régimen denominaremos *lento*.

2.^a Zona R, correspondiente a la rama inferior. Se produce en ella el *régimen rápido*.

3.^a Entre ambas se encuentra el punto de separación

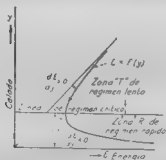


FIG. 67 Las diversas formas de régimen en el diagrama de energía específica.

ϵ , que corresponde al régimen crítico o régimen en estado crítico (Reiblock, más adecuadamente, apla la palabra *fluyente* (flüssend) por el régimen lento y *disparado* (schiessend) al rápido.

La distinción física básica entre los diferentes estados del régimen la realiza la curva de energía específica. Se verifica:

$$\left. \begin{array}{l} \text{En régimen lento } \epsilon \text{ aumenta con } y; \quad \partial \epsilon / \partial y > 0 \\ \text{— rápido } \epsilon \text{ disminuye con } y; \quad \partial \epsilon / \partial y < 0 \\ \text{— crítico: } \epsilon \text{ es mínimo; } \partial \epsilon / \partial y = 0 \end{array} \right\} [70]$$

Estas relaciones sencillas ayudarán a explicar algunas modalidades y fenómenos del movimiento en general.

25. OBSTÁCULOS SUMERGIDOS -Uno de estos es el efecto producido en la superficie de una corriente líquida por un obstáculo sumergido, tal como un gran canto rodado o una elevación local del fondo. En un río tal obstáculo a veces no produce efectos visibles, o da lugar a remolinos superficiales y a una ligera depresión local de la lamina. En un torrente, un obstáculo en el fondo produce generalmente una zona de espuma, interrumpida frecuentemente por un resalto local de naturaleza ondular. En términos generales, la superficie de un torrente que discurre por un lecho rocoso está materialmente cubierta

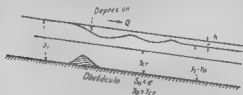


Fig. 48. Obstáculo en una corriente con pendiente suave

de las zonas de espuma. En régimen rápido, la presencia de tales protuberancias corresponde a la formación de depresiones en el régimen lento, lo cual se explica por el hecho de que al sobrepasar un obstáculo y al empinado de una pérdida de energía. Pero la pérdida de energía, en régimen lento, se traduce en una depresión de la superficie, mientras que en régimen rápido la disipación de energía va acompañada de un aumento del calado.

La consecuencia es, particularmente, señalada en el caso de una barrera sumergida. En un río (fig. 48), si la barrera no es demasiado alta se produce generalmente lo que Bazin llamó *lamina ondulada*, es decir, una serie de ondulaciones gradualmente decrecientes que siguen a la depresión inicial. El calado v_1 anterior a la barrera es algo mayor que el v_2 ; la diferencia $h = y_1 - v_1$ es la pérdida de altura debida al paso sobre el vertedero anegado. En un torrente la barrera es cruzada por lo que puede llamarse *onda*

inmóvil en forma de una superficie ondular simple no acompañada de más ondulaciones. En este caso, por lo

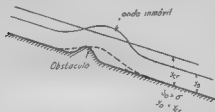


FIG. 49.—Obstáculo en un torrente; la onda estacionaria.

menos cuando se trata de movimiento uniforme, los calados, antes y después del obstáculo, son iguales. La figu-

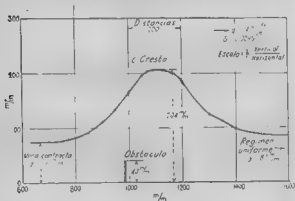


FIG. 50.—Ejemplo de onda estacionaria.

ra 50 representa el perfil de una onda inmóvil observada por el autor (1). La altura de la onda era, aproximadamen-

(1) Laboratorio de Hidráulica del Instituto Politécnico, San Petersburgo, 1911.

ta, el debia del zalado primitivo. El régimen rápido era provocado por el desgarro de una compuerta. Véase fig. 51.

Como era de esperar, la onda inmóvil solo puede tener lugar cuando la barrera no sobrepasa una determinada altura; para alturas mayores cambia el tipo de fenómeno, formándose una curva de depresión precedida de un resalto (fig. 51). La superficie de la onda inmóvil es continua, no impidiendo el paso de un pequeño objeto flotante (el

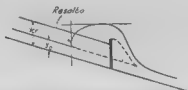


Fig. 51. Salto en un obstáculo en un canal inclinado con formación de resalto.

como un trozo de madera, etc.). En cambio, el remolino que se forma al pie del resalto (fig. 51) rompe la continuidad superficial, impidiendo generalmente el obstaculizando el paso de objetos flotantes.

26. ESTABLECIMIENTO DEL RÉGIMEN. La ausencia de ondulaciones en la figura 49, en contraposición con la figura 48, pone de manifiesto otra faceta del fenómeno general, también desentendida teóricamente por Boussinesq, en concordancia con la observación. Nos referimos a las curvas de la superficie en las zonas de transición, donde se establecen por sí mismo el régimen. Un ejemplo es el tramo de agua de un canal (fig. 52). Antes de la sección *a* existe el nivel normal del embalse; después de la sección *b* el régimen es uniforme. El trayecto comprendido entre ambas es el de transición, donde se estabiliza el régimen, al que son de aplicación los razonamientos de Boussinesq. En la figura 52 esta zona de transición presenta una afluencia ondular. Tal es, siempre, el caso, cuando el fondo del cauce es suave o lo que es lo mismo, cuando el régimen que se establece es lento. Otro ejemplo es el que

un vertedero en pared gruesa (fig. 37), aquí el calado es próximo a h_{cc} . Retirándonos al diagrama de energía se ve que en las proximidades del calado crítico la curva de

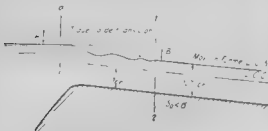


FIG. 32.—Establecimiento del régimen lento.

energía es muy pendiente, el modo que prácticamente una variación insignificante de la energía corresponde, en esa zona, a una variación sensible del calado. Esta circunstancia, unida al efecto de curvatura sobre la profundidad del estado crítico (art. 1°), explica la formación de las ondulaciones pronunciadas características del caso.

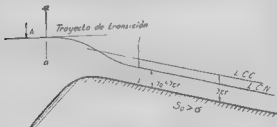


FIG. 33.—Establecimiento del régimen rápido.

La figura 33 representa una toma con pendiente fuerte del cauce. El movimiento uniforme rápido después de la sección 1 va precedido por una sección transitoria, donde

no se forman ondulaciones. Este es siempre el caso cuando el movimiento que se establece es rápido. Otro ejemplo se encuentra al seguir el desarrollo de una corriente en un gimnasio, donde desagua a un canal horizontal suficientemente corto, para que no llegue a alcanzarse el estado crítico. Aquí se producen ondulaciones.

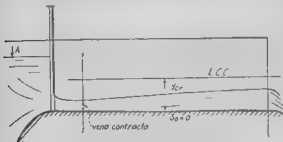


Fig. 84.—Régimen rápido tras una compuerta.

27. EL FACTOR CINÉTICO DEL RÉGIMEN. El régimen lento predomina a mayor potencia, mientras que en el rápido el predominio es de la energía cinética.

Para medir el grado de predominio de una u otra del régimen, utilizamos el coeficiente cinético, el estado del mismo, una vez conocido, nos da el coeficiente cinético de régimen, que puede expresarse por λ y se define mediante la ecuación de la energía superficial de la siguiente forma:

$$x = y + \frac{v^2}{2g} = y \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g^2 y^3} \right) = y \left(1 + \frac{1}{2} \lambda \right) \quad [51]$$

El factor cinético de régimen es igual a

$$\lambda = 2 \frac{v^2}{2gy} = 2 \frac{Q^2}{2ga^3y} = \frac{Q^2}{ga^3y} \quad [52]$$

es decir, el doble de la relación de la energía cinética a la potencial. El factor cinético es, por tanto, una medida de la *cineticidad del régimen*. Se puede hablar de régimen en estado de alta o baja cineticidad. En cada caso, el

grado de amovilidad vendrá calibrado por el correspondiente valor de λ , o mismo que el estado térmico se pondrá por la temperatura.

Perfil rectangular. En el caso de sección rectangular, aplicamos la Ec. (2) a una unidad de ancho del canal, recordando que $q^2/g = y^3$, el factor cinético val:

$$\lambda = q^2/gy^3 = (y_c/y)^3 \quad (53)$$

La ecuación de la energía específica toma la forma:

$$e = y \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) = y \left(1 + \frac{1}{2} \left[\frac{y_c}{y} \right]^3 \right) \quad (54)$$

En particular, en estado crítico,

$$\lambda_c = 1 \quad e = y \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) = 1.5 y_c \quad (55)$$

El régimen lento se caracteriza por

$$\lambda < 1; \quad e < 1.5 y$$

y en el régimen rápido, por

$$\lambda > 1; \quad e > 1.5 y$$

El caso particular, muy interesante en la práctica, es un canal rectangular fluyendo en régimen crítico, se caracteriza por el siguiente valor de λ lo que expresa la definición adoptada.

Sección transversal de forma cualquiera. Se puede dar una expresión general del factor cinético, aplicable a una sección de forma cualquiera, substituyendo en la Ec. (2) Q^2/g por el valor equivalente de $\mathfrak{M}^2 = F^2/g$ y por otro lado, Ec. (2) y (53) haciendo $\mathfrak{M}^2 = \frac{Q^2}{g}$

$= a^2 \lambda$, o sea $a^2 = \frac{\mathfrak{M}^2}{\lambda}$; de donde

$$\lambda = Q^2/ga^3 = \mathfrak{M}^2/a^3 \mathfrak{M}^2 \times b^3/y \quad (56)$$

y la energía específica

$$e = y \left(1 + \frac{1}{2} \left[\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_c} \right]^2 \right) \quad (57)$$

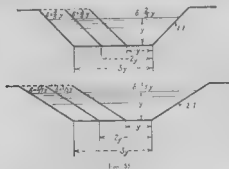
Se argumenta que la [1.56] es un caso particular de la [1.55]. En efecto: para un perfil rectangular

$$z/y=1 \text{ y } (3M_0/3M)^2 = (y_0/y)^2.$$

En régimen crítico, el valor de $3M$ del denominador de la [1.56] es $3M_0$. Por tanto, en estado crítico

$$\begin{aligned} \lambda &= 1.2/y; \quad u_{cr} = 1/y \cdot 2/y \quad \{ \\ u_{cr} &= y_{cr}(1 + \frac{1}{2}(2/y)) \quad \} \end{aligned} \quad [58]$$

Comparando con el caso del canal rectangular, el contenido de energía específica en régimen crítico difiere en el factor $1 + \frac{1}{2}(2/y)$ es decir, la relación entre el calado medio de la sección (2-a b) al calado actual del régimen, y .



Para un canal de tipo corriente, en los que z es siempre menor que y , $2/y < 1$ y $\lambda_{cr} < 1$.

En la figura 55 se dan para algunas secciones usuales los valores de $2/y$. Es poco frecuente que $2/y$ baje de 0,5, estando casi siempre comprendido entre 0,5 y 1.

Para tales límites, la energía específica con calado crítico fluctúa entre

$$1.25y < u_{cr} < 1.5y$$

El movimiento con $\lambda > 1$ y $u > 1.5y$ será, en todas las circunstancias, movimiento rápido. Por otra parte, con $\lambda < 0.5$ y $u < 1.25y$ será prácticamente siempre régimen lento.

Para secciones cerradas, como el caso de un colector (fig. 4), $\lambda = 1$, es decir, el coeficiente de aumento de la velocidad. El coeficiente λ será mayor que 1. En tal caso, el factor cinético λ , para el cálculo crítico puede ser mayor que 1, y por tanto, $\lambda > 1,5 \gamma_{cr}$.

De la expresión general

$$\lambda = \gamma \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right) = \gamma - \gamma_{cr} = \frac{\gamma}{2} \gamma$$

se obtienen las siguientes relaciones

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{cr} &= \frac{2}{1 + \lambda} \\ \lambda_{cr} &= \frac{1}{1 + 2\gamma_{cr}} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$



Fig. 50

Ejemplo 6

Se toma $\lambda = 1$. Suponiendo una caída $Q = 20$ l/seg. fluiría por un colector rectangular de 10 cm de ancho, de 10 cm de alto, con $\gamma = 1$, considerando de energía el régimen para los valores de $\gamma = 1$ m, 0,5 m, 2 m, 5 m y 10 m.

Se tendrá:

$$q = 200/10 = 20 \text{ m}^3/\text{seg.}, \quad \lambda = \sqrt[5]{q^2/g} = \sqrt[5]{400/9,81} = 3,41 \text{ m.}$$

El factor cinético para el caudal $\gamma = 1$ m, es

$$\lambda = \gamma / \gamma_{cr} = 3,41 / 1 = 3,41$$

y para los otros caudales γ es respectivamente,

$$\lambda = (3,44/0,5)^2 = 325;$$

$$\lambda = (3,44/2)^2 = 5,00;$$

$$\lambda = (3,44/5)^2 = 0,327;$$

$$\lambda = (3,44/10)^2 = 0,0407.$$

El contenido de energía para $v = v_0$, es

$$z_0 = 3,44 \times 1,5 = 5,16 \text{ m.}$$

y para

$$y = 0,5 \text{ m} \quad z = y \left(1 + \frac{v^2}{2} \right) = 0,5 \left(1 + \frac{v_0^2}{2} \right) = 81,75 \text{ m} \quad z_m = 81,2 \text{ m}$$

$$y = 1 \text{ m} \quad z = 1 \left(1 + \frac{40,84}{2} \right) = 21,8 \text{ m} \quad z_m = 21,3 \text{ m}$$

$$y = 2 \text{ m} \quad z = 2 \left(1 + \frac{163,84}{2} \right) = 7,19 \text{ m} \quad z_m = 7,09 \text{ m}$$

$$y = 5 \text{ m} \quad z = 5 \left(1 + \frac{6,327}{2} \right) = 5,82 \text{ m} \quad z_m = 6,82 \text{ m}$$

$$y = 10 \text{ m} \quad z = 10 \left(1 + \frac{0,6327}{2} \right) = 10,20 \text{ m} \quad z_m = 10,20 \text{ m}$$



Fig. 57

Cuestión 2ª. ¿Cuál es el grado de rapidez de una corriente que pasa bajo una compuerta (fig. 57) y un canal rectangular con un caudal por unidad de ancho $q = 7,5 \text{ m}^2/\text{seg.}$ con $d_1 = 2 \text{ m.}$?

El factor cinético puede determinarse directamente por la Ec. [53]:

$$\lambda = \frac{q^2}{gd_1^3} = \frac{70^2}{9,81 \cdot 8} = 62,4 \quad z = 2 \left(1 + \frac{62,4}{2} \right) = 64,4 \text{ m}$$

*Ejemplo 3.** Un caudal de 520 m³ seg. circula por un canal (fig. 18) en estado crítico, con $y_c = 3$ m. Determinar la cantidad de energía específica. Hallar también el factor

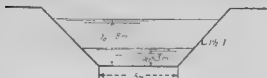


Fig. 18

cinético, y el coeficiente de energía para el mismo caudal con los calados $y = 1$ m. e $y = 8$ m.

Para $y = 3$ m, el calado medio es $\delta = \frac{a}{b} = 0,813 \times 3 = 2,44$ m.

$$k_{cr} = 1 + \frac{\delta}{H} = \frac{2,44}{3} = 0,813 \quad \epsilon_c = 3 \left(1 + \frac{0,813}{2} \right) = 4,22 \text{ m}$$

Para $y = 1$ m., $a = 16,5$ m²,

$$\lambda = Q^2 / ga^3 y = (520)^2 / (9,81 \times 16,5^3 \times 1) = 0,0738$$

$$\epsilon = 1 \left(1 + \frac{0,0738}{2} \right) = 1,0369 \text{ m.}$$

Para $y = 8$ m., $a = 216$ m²,

$$\lambda = (520 / 216)^2 \times 0,981 \times 8 = 0,0738$$

$$\epsilon = 8(1 + 0,0369) = 8,2952 \text{ m.}$$

*Ejercicio 4.** Dibujar la curva de factor cinético $\lambda = f(y)$ para el canal de la fig. 14, con $Q = 5$ m³ seg. $k = 2 \times 10^{-2}$ s. $L_k = 1$ v., pueden emplearse directamente los resultados de la Tabla IV, donde en la última columna se dan los valores de λ . En la figura 33 se representa la curva

CAPITULO VII

PROPIEDADES Y TIPOS DE LAS CURVAS DE SUPERFICIE

28. NOMENCLATURA. En el artículo 2 se ha hecho distinción entre curvas ascendentes y de depresión, según

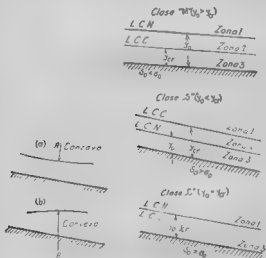


FIG. 58.

FIG. 60.—Clasificación de las curvas de línea libre.

que en el movimiento del líquido el calado crezca o decrezca en la dirección de la corriente. En lo sucesivo seña-

¡jo!!!

laremos con un signo \pm o \mp según que un determinado logaritmo se decrezca en el sentido de la corriente. Por consiguiente, designaremos:

Una curva ascendente con $dy/dx = +1$ por el símbolo $y = +1$ (90)
Una curva descendente con $dy/dx = -1$ por el símbolo $y = -1$ (90)

Curvas cóncavas y convexas — Para designar la curvatura de una línea se supone que el observador se coloca encima de la corriente y, consiguientemente, las curvas con el radio de curvatura ρ de la línea en la fig. 30a serán *convexas* mientras que las curvas como la representada en la fig. 30b con el radio de curvatura ρ de la línea abajo, serán *convexas*.

Curvas de corrientes — Con referencia a las corrientes, seguimos que se han estado en la fig. 30b, todas las curvas posibles pueden dividirse en cuatro clases, que dependen de la posición relativa de las líneas v_0 y v_1 . Las tres combinaciones posibles serán dadas en la figura 30 designando las líneas respectivas por las letras M, S y C. En la fig. 30 se existen tres zonas que se especifican mejor subdividiendo la respectiva otra que indica la clase.

La posición relativa de las líneas v_0 y v_1 depende del valor de la pendiente del fondo. El movimiento, según la velocidad de las M o de v mayor que v_0 , tendrá lugar a la izquierda de la pendiente del fondo si $v_0 < v_1$. Las letras que designan los casos se han escogido de acuerdo con la siguiente tabla:

Clase M	Pendiente del fondo <i>suave</i> $v_0 > v_1$, $\theta_0 < \alpha_0$ régimen uniforme — <i>lento</i> .	61
Clase S	Pendiente del fondo <i>fuerte</i> , $v_0 < v_1$, $\theta_0 > \alpha_0$ régimen uniforme — <i>rápido</i> .	
Clase C	Pendiente del fondo <i>crítica</i> $v_0 = v_1$, $\theta_0 = \alpha_0$ régimen uniforme — <i>crítico</i> .	

En la figura 30 se aclara esto situando las zonas respectivas. La zona 1, en todos los casos está por encima del calado *uniforme* y del *crítico*. La zona 3, en todos los casos está por debajo de v_0 y v_1 . La zona 2 está entre v_0 y v_1 con

se considera correspondiente a la parte superior o inferior de la curva ϵ , es decir, si el movimiento en cuestión está en estado lento o rápido.

En movimiento lento, cuando $v > v_c$, la energía aumenta con el calado, es decir, $\partial \epsilon / \partial x > 0$, por consiguiente, cuando

$$\left. \begin{array}{l} y > y_0 \text{ es } \partial \epsilon / \partial x > 0 \\ v < v_c \text{ es } \partial \epsilon / \partial x < 0 \end{array} \right\} \text{ lo cual conduce a } \left\{ \begin{array}{l} dy/dx > 0 \\ dy/dx < 0 \end{array} \right\} \quad [63]$$

se tiene, en el caso de $v > v_c$, una curva y^+ , y en el caso de $v < v_c$, una curva y^- . Los signos de $\partial \epsilon / \partial x$ y dy/dx son entonces iguales.

En estado rápido se tiene el caso contrario. Con $y < y_0$, un incremento de energía se traduce en una disminución de calado, es decir, $\partial \epsilon / \partial x < 0$, y entonces, cuando

$$\left. \begin{array}{l} y > y_0 \text{ es } \partial \epsilon / \partial x > 0 \\ y < y_0 \text{ es } \partial \epsilon / \partial x < 0 \end{array} \right\} \text{ lo cual conduce a } \left\{ \begin{array}{l} dy/dx < 0 \\ dy/dx > 0 \end{array} \right\} \quad [64]$$

en el caso de $v > v_c$ se tiene una curva y^- , mientras que si $v < v_c$ la curva es y^+ . Los signos de $\partial \epsilon / \partial x$ y dy/dx son opuestos.

Tomando esto presente es fácil determinar el signo de dy/dx en todas y cada una de las zonas.

Zona 1. En esta zona se encuentra siempre por encima del calado normal ($y > y_0$), y en ella, siempre $\partial \epsilon / \partial x > 0$. Por tanto, las curvas de la Zona 1 son siempre curvas y^+ .

Como, por otra parte, el régimen en esta zona es siempre lento, el aumento de energía va acompañado de incremento de calado. Por consiguiente, en todos los casos, $dy/dx > 0$, de modo que las curvas de la Zona 1 pueden clasificarse en el tipo y^+ .

Zona 3. Para esta zona, que en todos los casos se encuentra por debajo del calado normal con $y < y_0$, se tiene siempre $\partial \epsilon / \partial x < 0$. Todas las curvas son del tipo ϵ^- . El régimen en la Zona 3, por otra parte, con $v < v_c$, será siempre rápido. La pérdida de energía entraña un aumento de calado. Por tanto, en todas las clases de curvas, $dy/dx > 0$, siendo siempre del tipo y^+ .

Zona 2. En la Zona 2, dy/dx es siempre negativa. El efecto: para curvas M^- con $v < v_c$, se tiene $\partial \epsilon / \partial x < 0$, y

tanto, M_2 es una curva \pm . Por otra parte, con $y > y_c$, el movimiento es lento, en consecuencia, la pérdida de energía se traduce en un descenso de la amplitud, de modo que $dy/dx < 0$, resultando una curva $-$. En el caso de una curva S , $y > y_c$, como $dx/dy > 0$, la curva es $+$. Por otra parte, con $y < y_c$, el movimiento es rápido, el incremento de energía requiere una disminución del calado, lo que conlleva $dy/dx < 0$, resultando una curva del tipo $-$. Tabulando esta discusión se tiene (Ec. [65])

Zona	Clase M $y_c > y_{cr}$ $x_c < x_c$	Clase C $y_c = y_{cr}$ $x_c = x_c$	Clase S $y_c < y_{cr}$ $x_c > x_c$
1	$y > y_{cr}$, $\partial_c \partial_c > 0$: curva $+$ $y > y_{cr}$, régimen lento, $\partial_c \partial_c > 0$ $dy/dx > 0$, curva ascendente: y^+		
2	$y < y_{cr}$, $\partial_c \partial_c < 0$: curva $-$ $y > y_{cr}$, régimen lento: $\partial_c \partial_c > 0$ Curva descendente: $dy/dx < 0$: y^-	No hay curva	$y > y_{cr}$, $\partial_c \partial_c > 0$: curva $+$ $y < y_{cr}$, régimen rápido: $\partial_c \partial_c < 0$ Curva descendente: $dy/dx < 0$: y^-
3	$y < y_{cr}$, $\partial_c \partial_c < 0$: curva $-$ $y < y_{cr}$, régimen rápido, $\partial_c \partial_c < 0$ $dy/dx > 0$, curva ascendente: y^+		

Perfil de las curvas. Las siguientes propiedades generales son comunes a todas las curvas:

1. Las curvas son asintóticas a la línea de calado uniforme y_{cr} .
2. Son perpendiculares a la línea de calado crítico y_{cr} .
3. Con el avance en la línea de calado tienden a ser tangentes a una horizontal.

Para demostrar esto hagamos uso de la ecuación del régimen variado (Ec. [44]):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{M_c^2}}} \frac{M_c}{M} \frac{M_c}{M} \frac{M_c}{M}$$

En lo que sigue se supone, además que $\mathfrak{K} = C^1$, R y \mathfrak{M} son funciones continuas crecientes con e caudal, de modo que para todo e se cumple $\frac{d\mathfrak{K}}{dy} > 0$ y $\frac{d\mathfrak{M}}{dy} > 0$. Esto en la práctica no representa restricción alguna, ya que todas las secciones adiales cumplen estas condiciones. La excepción es el estriado, el capuchín, las secciones cerradas, y soluciones por encima de e ya determinadas caudal e_0 (fig. 6b), por ejemplo, el tipo 14a), que corresponden al valor máximo del caudal e por consiguiente, a \mathfrak{K}_0 . Las excepciones de este modelo no son de importancia práctica por lo que conviene al régimen variable.

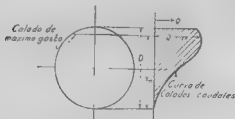


FIG. 6b

1.ª La tangente en cualquier punto de las curvas a la línea de calado normal se desliza sobre el eje horizontal de que atiende a e y el valor de \mathfrak{K} tiende a \mathfrak{K}_0 , lo que hace que el numerador de la Ec. [44] tenga por límite

$$\lim (1 - [\mathfrak{K}_0/\mathfrak{K}]^2)_{y \rightarrow 0} = 0,$$

de donde

$$\lim (dy/dx)_{y \rightarrow 0} = 0,$$

2.ª La perpendicularidad de las curvas a la línea de calado crítico se deduce de la consideración de que cuando y tiende a y_c , \mathfrak{M} tiende a \mathfrak{M}_c . El denominador se hace

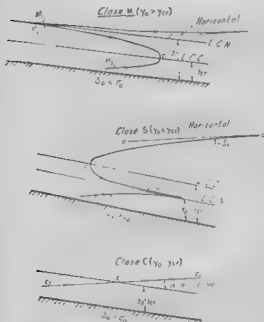
$$\lim (1 - [\mathfrak{M}_c/\mathfrak{M}]^2)_{y \rightarrow y_c} = 0$$

lo que hace que

$$\lim (dx/dy)_{y \rightarrow y_c} = \infty$$

Al aumentar el ángulo α y γ crecen disminuyendo H_0 , H_1 y γ_0 , γ_1 , por tanto,

$$\lim \left(\frac{1}{1} \frac{H_0 H_1^2}{\gamma_0 \gamma_1^2} \right) = 1$$



F. 62 Formas generadas de las diferentes tipos de curvas de mínima fluye.

que corresponde a una línea horizontal que forma un ángulo α_0 (ser $\alpha_0 = 0$) con el fondo.

30. FORMA DE LAS CURVAS. Las propiedades de las curvas, establecidas en el Ec. (66), unidas al signo de dy/dx tabulado en la Ec. (65), determinan el aspecto de cada tipo particular de curva. En la figura 62 se da un resumen. A continuación pasamos una revista rápida a las distintas clases de curvas, parando especial atención en los casos interesantes, en la práctica, que cada tipo ofrece.

1.ª Clase M . *Corrientes de pendiente suave, $y_0 > y_n$.*

Tipo M_1 . Curva cóncava ascendente, tangente superiormente a la línea de calado normal y a una horizontal (0). Esta curva es el tipo más importante en la práctica. Se produce en el caso de un remanso en un cauce natural de pendiente suave (fig. 3), en un canal (fig. 2b), etc. (Véase AB en la fig. 4 y trayecto 3-4 en la fig. 11.)

Tipo M_2 . Curva convexa descendente, tangente inferiormente a la línea de calado normal, que termina en una depresión hidráulica en las proximidades de C . (Véase figura 9. Ac , fig. 11. 3-6, fig. 2c y fig. 4. $1B'$.)

Tipo M_3 . Curva cóncava ascendente. Este tipo se produce cuando en corriente, en estado muy rápido, penetra en un cauce de pendiente suave. Tiene lugar en el desagüe de una compuerta (fig. 11. 1-2), al pie de un vertedero (fig. 8), otro caso en que se produce es (fig. 7b) en el cambio brusco de pendiente fuerte ($s_0 > s_1$) a suave ($s_0 < s_1$). La curva M_3 se encuentra entre el punto anguloso a y el pie de resalto j_1 .

2.ª Clase S . *Corrientes de pendiente fuerte, $v < v_c$.*

Tipo S_1 . Curva ascendente convexa, que comienza con un resalto y es tangente inferiormente a la horizontal (0). Ver figura 6. 2-1, figura 16 y figura 64. a-b, que representan un cauce sumergido con pendiente fuerte.

Tipo S_2 . Curva descendente cóncava, en general relativamente corta; más bien es una transición de la depresión hidráulica a régimen uniforme. Véase figura 9. $1B$ y figura 1, después del perfil 7. Otro caso es la figura 7, donde se presenta un punto anguloso con cambio de pendiente fuerte a fuerte, siendo s_0 mayor que s_1 .

Tipo S_3 . Curva ascendente convexa, también del tipo de transición, entre una corriente muy rápida y la línea de

calado un forme, a la cual la curva es tangente inferiormente.

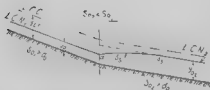
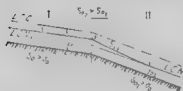
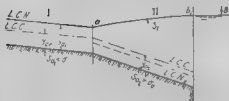
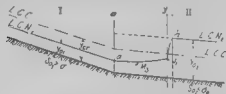


FIG. 63-66. Régimen en el canal con un salto de agua de pendiente

Otro ejemplo es la figura 67, donde el régimen a continuación de una compuerta con calado d_1 en la zona contrac-

la continua rápido en un canal de pendiente fuerte cuyo calado normal y_0 es $> d_1$.

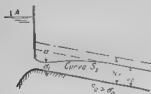


FIG. 67. El perfil de una curva de lámina libre del tipo S_2 .

3.ª Clase C. Corrientes de pendiente crítica; $y_0 = y_w$. Al ser la pendiente del fondo $s_0 = s_c$, este caso es intermedio entre la Clase M y la Clase S. Naturalmente, la curva C_1 será intermedia entre la cóncava M_2 y la convexa S_2 ; y C_2 intermedia entre la cóncava M_2 y la

convexa S_2 . Estas formas intermedias sólo pueden ser una línea recta.

La ecuación del régimen variado [46], al ser $s_0 = s_c$, se convierte en este caso en

$$\frac{dy}{dx} = x_0 \frac{1 - \frac{K_0}{K} \frac{K^2}{K_0^2}}{1 - \frac{s_0}{s} \frac{K_0^2}{K}}$$

Para $y > y_0$, $s_0 < s$. Para $y < y_0$, $s_0 > s$ es, por lo general, lo contrario. En todo caso,

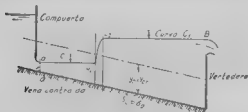


FIG. 68. Curvas de lámina libre del tipo C.

desviación de a unidad de s_0/s no es, generalmente, sustancial. Siendo $s_0/s = 1$, resulta

$$dy/dx = s_0$$

[67]

o que representa una línea horizontal que corta la línea $v_0 = v_c$ bajo el ángulo $\alpha = \arcsen \epsilon_1$. En la figura 10 se da un ejemplo de curvas C_1 . Una línea horizontal l_1 enlaza a vena contracta con el pie del resalto J_1 ; por otro lado, una línea horizontal l_2 enlaza el extremo del resalto J_2 con

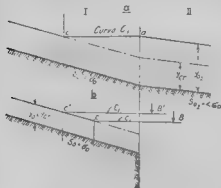


FIG. 10.—Ejemplos de curvas de lámina libre C_1 .

el nivel superior del vertedero B . Otros ejemplos de líneas C_1 se representan en la figura 11, en que una corriente en estado crítico fluye en un canal de pendiente suave.

En este último caso, la parte de intersección de la línea horizontal C con las líneas de velocidad normal v_0 parece ofrecer una discontinuidad en los puntos a y c . Hay una aparente contradicción en el hecho de que en el punto a , donde v_0 es simultáneamente igual a v_0 y v_{cr} , la curva debería ser simultáneamente perpendicular y tangente a la línea $v_0 = v_{cr}$; esto proviene de la indeterminación analítica de dy/dx , que, según $\epsilon_1 = 1 - 4H^3$, para $y = v_0 = v_{cr}$ se hace

$$dy/dx \approx 0.$$

Sin embargo, la esencia física del fenómeno puede aclararse estudiando la formación del punto de unión c en la figura 12 considerando la evolución de un caso de movi-

miento como el representado en la figura 68. Efectivamente: supongamos que el nivel B descendiera gradualmente. Al pasar por las posiciones B' , B'' , B''' , etc. (fig. 70), retrocede el resalto a las posiciones J_1 , J'_1 , J''_1 , etc., reducién-

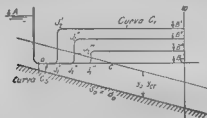


FIG. 70.

dose su altura. La distancia vertical entre las líneas C_1 y C_2 se va haciendo cada vez menor, hasta que al confundirse B con B_0 , ambas curvas coinciden, haciéndose el resalto infinitamente pequeño. El punto de intersección J_0 de la figura 69 corresponde, por tanto, al caso límite de un resalto de altura infinitesimal $\delta h \rightarrow 0$.

CAPITULO VIII

INTEGRACION DE LA ECUACION DEL REGIMEN VARIADO

31. INTRODUCCIÓN. RESEÑA HISTÓRICA. -Separando variables en la Ec. [48] se obtiene:

$$s_0 dx = \frac{1 - \beta \cdot K \cdot K^2}{1 - (K_0/K)^2} dy \quad dy = 1 - \beta \cdot \frac{dy}{(K/K_0)^2 - 1} \quad [68]$$

la longitud del arco $l_{2-1} = x_2 - x_1$ (fig. 71) entre dos secciones cuyos calados sean, respectivamente, y_2 e y_1 , es:

$$l_{2-1} = x_2 - x_1 = \frac{1}{s_0} \left[(y_2 - y_1) \pm \int_{y_1}^{y_2} \frac{(1 - \beta) dy}{K/K_0^2 - 1} \right] \quad [69]$$

Conocidos los elementos del régimen, la expresión bajo el signo integral

$$\frac{1 - \beta}{(K/K_0)^2 - 1}$$

es, según los artículos 21 y 22, función solamente de y , pudiendo representarse por $\phi(y)$. Puede dibujarse la curva determinando cuantos puntos se precisen (fig. 72). El valor de la in-



Fig. 71 Longitud de un trayecto l_{2-1} entre los límites de integración y_2 e y_1 .

tegral $\int_{y_1}^{y_2} \phi(y) dy$ es el área rayada en la figura 72, puede determinarse su valor numérico por cualquiera de los procedimientos corrientes de integración, analítica o gráfica. Conocido el valor de la integral, por la Ec. [69] se determina la longitud $l_{2-1} = x_2 - x_1$. Este método es general y puede aplicarse sin limitaciones.

Pero, por otra parte, la integración aproximada, bien gráfica, bien analítica, es siempre engorrosa y, con razón, antipática. Es natural que desde los primeros tiempos se haya intentado reducir a algún procedimiento analítico simple la labor del cálculo de las superficies libres. Desde Dupuit hasta el método preferido la sigue el de sustituir la

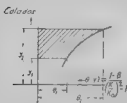


Fig. 72. Representación gráfica de la

$$I = \int_0^a b(x) dx$$

sección dada por otra ideal de forma sencilla que, con otras hipótesis simplistas, redujese la integración del régimen variado a una cuadratura. Dupuit, y posteriormente Rühlmann y Bresse, tomaron como sección ideal la rectangular de gran ancho (figura 73). Por otra parte, Tolkmitt, que se interesó especialmente por las corrientes naturales, eligió el perfil parabólico. Los cuales, aunque suponen, estrictas, hipótesis bastante alejadas de la realidad (véase el libro de Chezy), para todo valor de x se han confeccionado tablas especiales que facilitan los cálculos dando el valor de la cuadratura buscada.

El mayor defecto de estos métodos estaba, evidente-

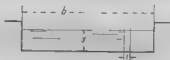


Fig. 73.

mente, en que las secciones ideales tienen poco de común con las que el ingeniero encuentra en la práctica. Además, no hay medio de apreciar el grado de aproximación y error inherentes al método.

Hacia 1912, el autor, inspirado en general por los trabajos de Bresse y Tolkmitt, ideó un método que ofrece una precisión mucho mayor y estima la magnitud y carácter de los posibles errores.

32. EL EXPONENTE HIDRAULICO El método sugerido por el autor se basa en el hecho, empíricamente establecido, de que la función $K = aC\sqrt{R}$, para calados comprendidos en un entorno razonable, se aproxima suficientemente a las relaciones

$$\begin{aligned} K^2/y &= a^2 C^2 R = \text{const } y^n \\ (K/K_0)^2 &= a^2 C^2 R/a_0^2 C_0^2 R_0 = (y/y_0)^n \end{aligned} \quad (70)$$

Al exponente n lo llamaremos *exponente hidráulico*. Fíjese que es otra característica de la sección, que debe añadirse a las resumidas en el artículo 21. La Ec. [70] es más aproximada para unas secciones que para otras, pero en la comprobación de la misma realizada con secciones de las más variadas formas se ha obtenido un grado de aceptación notable.



Fig. 74

Para determinar el valor de n dibujamos $K = aC\sqrt{R}$ en escala logarítmica. Dibujando una línea recta (fig. 75) se obtiene el valor del exponente como duplo del valor de $\text{tg } \alpha$. En la lámina II se incluyen ejemplos para una serie de secciones de canales.

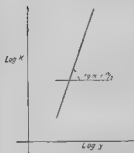


Fig. 75. Representación logarítmica de la curva de coeficiente de gasto.

Las rectas dibujadas en la lámina II dan el valor medio de n para la sección correspondiente. En la mayoría de los casos prácticos hay que determinar la curva de lámina libre solamente para un número limitado de valores del calado.

De la Ec. [70] se tiene, para cualquier calado:

$$n = 2 \frac{\text{Log } (K[y]/K[y_0])}{\text{Log } y/y_0} \quad (71)$$

Aplicando a Ec. 71 a los calados límites y_0 e y_1 se obtienen los valores límites n_0 y n_1 . Generalmente será suficientemente aproximado suponer un valor medio. Si se exigiera gran precisión, podría subdividirse el margen de variación del calado, cosa que, como la práctica enseña, es pocas veces necesaria. Puede demostrarse fácilmente que los casos tratados por Bresse y Tolkmitt constituyen casos particulares de la Ec. [70], correspondientes, respectivamente, a los valores 3 y 4 del exponente hidráulico.

Sección rectangular de gran anchura (Bresse) Se aplica esta denominación a las secciones en que el ancho es suficientemente grande al lado del calado para que el radio hidráulico

$$R = \frac{a}{p} = \frac{by}{b + 2y} = y \left(1 - \frac{2y}{b + 2y} \right) \approx y.$$

Suponiendo, además, un valor constante para el coeficiente de rozamiento C , se tiene:

$$K = aC\sqrt{R} = \text{const} \cdot y^{1/2}$$

de donde

$$(K/K_0)^2 = (y/y_0)^3; \quad n=3 \quad [72]$$

Sección parabólica (Tolkmitt). Suponiendo en una sección parabólica (fig. 74) el ancho suficientemente grande al lado del calado, de forma que $p \approx b$, se tiene:

$$b = \text{const} \sqrt{y}; \quad a = 2/3 b \cdot y = \text{const} \cdot y^{3/2}.$$

$R = a/p \approx y$, admitiendo un valor constante para C ,

$$K = \text{const} \cdot y^2$$

de donde

$$(K/K_0)^2 = (y/y_0)^4; \quad n=4 \quad [73]$$

Corrección para el caso de coeficiente de rozamiento C variable.—En este caso lo mejor es emplear una expresión exponencial de C , tal como

$$C = C_0 R^n, \quad [74]$$

por ejemplo, la dada por Manning:

$$C = C_0 R^{1/6} = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad [75]$$

donde $1/n$ es el coeficiente inverso de Ganguillet-Kutter.

Parece, sin embargo, que puede conseguirse una mejor adaptación a los resultados experimentales empleando en lugar de un coeficiente constante, como hace Manning, uno variable, creciente con la rugosidad de las paredes. El valor de p para canales en tierra o en gravilla se ha hallado que oscila entre 0,20 y 0,25. Si en lugar de la constante C se tomara en las ecuaciones de Bresse y Tolkmitt el valor

$$C = C_0 R^{p-1}$$

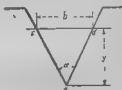


Fig. 76.

el exponente hidráulico en lugar de $n = 0$ y $n = 4$ valdría, respectivamente, $n = 1,5$ y $n = 4,7$. Estos corresponden a la solución propuesta por Schaffernack (1).

Canales trapezoidales. Valores límites de n .—En el caso de los canales trapezoidales el valor de n está comprendido entre 3 y 4. La curva correspondiente será, por tanto, intermedia entre las obtenidas empleando las tablas de Bresse y Tolkmitt.

El mayor valor de n es el correspondiente a una sección triangular (fig. 76). Siendo semejantes los elementos geométricos, el área es proporcional al y^2 , y p y R a y , lo que hace que $K = \text{const } y^{2+p}$ o según la Ec. [74],

$$K^2 = \text{const } y^{2+p} \quad [76]$$

Con un valor del exponente p variable entre 0,15 y 0,27 el exponente hidráulico oscilará, para la sección triangular, entre

$$5,3 < n < 5,5. \quad [77]$$

El menor valor de n corresponde al caso de una sección rectangular muy estrecha (fig. 77) en relación con su calado. En tal caso se tiene, aproximadamente:



Fig. 77.

(1) V. Apéndice I.

$$p = 2y + b = 2y \left(1 + \frac{b}{2y} \right) \sim 2y$$

$$R \frac{by}{2y} = \frac{b}{2} = \text{const.},$$

y como R constante, también lo es, y, por tanto

$$K = \text{const. y } n=2. \quad [78]$$

Por consiguiente, los valores extremos de n son 2 y 5,5. Estos raramente intervienen en la práctica. Un canal hondo



Fig. 78

o el s_0 es muy pequeño tendrá un valor de n próximo a 3, mientras que un canal trapezoidal, en que el ancho del fondo es pequeño al ancho superficial, dará $n = 4,5$ o superior.

33. TABLAS DE LA FUNCIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO.—Como

$$(K/K_0)^2 = (y/y_0)^n$$

la Ec. [68] se convierte en:

$$s_0 dx - dy + (1 - \beta) \frac{dy}{y y_0^{n-1}} \quad [79]$$

Designando por

$$y/y_0 = \eta; \quad dy = y_0 d\eta \quad [80]$$

se obtiene:

$$dx = \frac{y_0}{s_0} \left[d\eta + (1 - \beta) \frac{d\eta}{\eta^{n-1}} \right] \quad [81]$$

Como se ha indicado anteriormente, el valor de $\beta = s_x$ no varía sustancialmente y, además, la variación es gradual y lenta, de forma que se puede subdividir el intervalo de integración en otros parciales en los que se tomará un valor

mulo de 1 y de esta forma considerar dicho factor como una constante de integración.

Suponiendo ahora, en relacion con la figura 71, que los calados y_1 y y_2 permanecen dentro de un intervalo en el que puede aplicarse 1 y con el valor constante prefijado, e integrando la Ec. (81) entre los límites y_2 y y_1 , la longitud del arco $l_{2,1}$ será:

$$l_{2,1} = x_2 - x_1 = \frac{y_0}{g} \left[x_2 - x_1 + 1 - \beta \int_{y_2}^{y_1} \frac{d\eta}{\eta^n - 1} \right] \quad [83]$$

En esta ecuacion, de acuerdo con la Ec. (80), los límites de integración se substituirán por $x_1 - y_1$ y $x_2 - y_2$.

El problema queda reducido a una cuadratura. Desagregando el valor de la integral

$$\int_0^x \frac{d\tau}{\eta^n - 1} = \text{const} + B(\tau) \quad [84]$$

y suponiendo que se conocen los valores de $B(\tau)$ para los diferentes valores de η , se tiene:

$$x_2 - x_1 - l_{2,1} = \frac{y_0}{g} \left[x_2 - x_1 + 1 - \beta (B(x_2 - y_2) - B(x_1 - y_1)) \right] \quad [85]$$

Haciendo:

$$\eta = (1 - \beta)B(\eta) = \Pi(\eta), \quad [86]$$

la Ec. (84) puede ponerse en la forma:

$$x_2 - x_1 - l_{2,1} = \frac{y_0}{g} [\Pi(x_2) - \Pi(x_1)] \quad [87]$$

Al final del libro se dan los valores de $B(\tau)$, calculados por desarrollo en serie, correspondientes a los valores usuales de τ , lo que permite hacer aplicables a la practica las ecuaciones [84] y [86]. En el calculo de los valores de $B(\tau)$ se ha supuesto igual a cero la constante de integración, de forma que las tablas dan el valor numerico de

$$B(\eta) = - \int_0^\eta \frac{d\tau}{\eta^n - 1} \quad [87]$$

A la funcion $B(\tau)$ la llamaremos *funcion del regimen variado*. Se han calculado los valores de $B(\tau)$ para una serie de valores de n desde 1.5 a 4.2 (que son los mas importantes).

con intervalos de 0,2. Para valores superiores a 4,2 se ha supuesto un intervalo mayor. Cuando el exponente correspondiente a un caso particular caiga entre dos valores tabulados, puede procederse por interpolación rectilínea (1).

EJEMPLO 1*

El propósito de este ejemplo es familiarizar al lector con el empleo de las tablas de la función del régimen variado, así como con la técnica general de las investigaciones en régimen variado. Se da, como caso más sencillo, un canal rectangular de gran ancho (fig. 73).

La pendiente (fig. 73) es $i_0 = 4 \text{‰}$; se toma un coeficiente de rugosidad (G. K., n = 0,025). El régimen uniforme

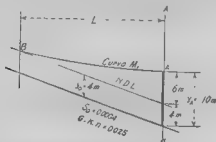


Fig. 73.—Esquema de canal rectangular. El extremo de la curva en el punto B corresponde a $q = 1,001$ ó $1,01 \eta_0$.

se establece normalmente con un calado $y_0 = 4 \text{ m}$, para un caudal

$$q = (y_0)^{3/2} \sqrt{z_0} = 11,67 \text{ m}^3/\text{seg} \quad 1^\circ \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 8,009 \text{ m}^3/\text{seg}.$$

Se supone, además, que en A se sobreeleva el nivel en $\epsilon = 0 \text{ m}$, lo que hace que $y_A = 10 \text{ m}$.

Cuestión 1ª. Determinar y dibujar la curva de remanso.

Primeramente hay que establecer el tipo de régimen.

(1) En el Apéndice II se expone el método seguido para el cálculo de los valores de $B(\eta)$.

Uno de los parámetros $y_0 = 4$ m es un dato fijo, el otro, el calado crítico, vale:

$$y_0 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1000^2}{9,81}} = 1,87 \text{ m}$$

Como $v_0 = 4 > v_{cr}$, el régimen es de clase M. Como $v_0 > v_*$, la curva es del tipo M_1 —curva de remanso en canal de pendiente suave.

Aplicando a Ec. [84] se determina

a) El valor del exponente n .

b) La curva $1-\beta$.

Exponente n —Para un ancho unidad, con R y $K = C \cdot y^{1/3}$, de donde se tiene

TABLA VI

y	1 m.	1.5 m	2 m	3 m	4 m	6 m	10 m
C	40,000	43,187	45,333	48,184	50,058	52,477	55,175
K	43,090	79,356	128,202	250,346	400,464	771,097	1744,001

Las curvas logarítmicas—canal tipo E, láminas I y II dan: $\operatorname{tg} \alpha = 1,62$ y $n = 3,24$.

La curva $1-\beta$ —Para un canal de gran ancho, $p/b \rightarrow 1$ de donde la pendiente crítica $\operatorname{tg} \alpha = F_1(1)$ es, simplemente $\operatorname{tg} \alpha = g/C^2$, los valores de la curva son dados en la figura 10. La pendiente crítica normal α para $y_0 = 4$ m es

$$\alpha = \arctan \frac{1}{3,24} = 17^\circ 12' \quad 1-\beta = 0,898$$

Para otros calados, $\beta = 0,102 \frac{y}{y_0}$, lo que da:

TABLA VII

y	1 m	1.5 m	2 m	3 m	4 m	6 m	10 m
$\alpha \text{ en } ^\circ$	61,312	52,508	47,735	42,253	39,149	35,623	32,248
α_0 en °	0,638	0,744	0,890	0,926	1,000	1,099	1,214
β	0,065	0,076	0,084	0,094	0,102	0,112	0,124
$1-\beta$	0,935	0,924	0,916	0,906	0,898	0,888	0,879

En la figura 80 se acompaña a la curva 1-6. Para proceder a la integración se ha dividido en tres intervalos la variación total de

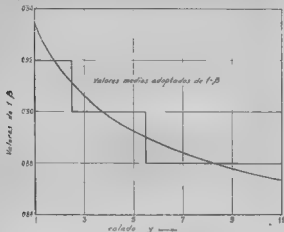


Fig. 80.

calado y . Considerándose un valor medio constante de $1-\beta$ en cada uno de ellos de 0.88, 0.90 y 0.92, respectivamente.

Límites de integración. Longitud de la curva $1-F$ (límite inferior es y_a , y el límite superior es y_b). El límite superior es el fin de la curva de remanso. En sentido estricto, como la curva es asintótica, la longitud del remanso es infinita. En la práctica, sin embargo, se supone que termina en una cierta sección B en la fig. 79), donde la sección de flujo de la curva es inferior a un cierto valor pequeño preajudado. Generalmente se fija esa diferencia en términos relativos, por ejemplo 1 por 100 ó 6 ó 4 por 100. Entonces el final de la curva se determina por $\tau = y_b/y = 1.01$ o $\tau = 1.001$, respectivamente.

Suponiendo, por ejemplo, $\tau = 1.001$, se obtienen los límites de integración:

$$y_a = 10 \text{ m.}; \quad \tau_a = 10/4 = 2.5$$

$$\tau_b = 1.001; \quad y_b = 4.004$$

Método de integración. -El procedimiento consiste en subdividir el intervalo en otros parciales y determinar mediante la E. [84] o la [86] la longitud de curva correspondiente a cada intervalo.

Por ejemplo, en nuestro caso particular puede hacerse la subdivisión que se indica en la figura 81 para calados

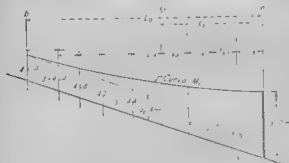


Fig. 81. Descomposición de intervalo de calados en otros parciales.

sucesivos de $v = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 3.0, 3.2, 3.4, 3.6, 3.8, 4.0, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 5.0, 5.2, 5.4, 5.6, 5.8, 6.0, 6.2, 6.4, 6.6, 6.8, 7.0, 7.2, 7.4, 7.6, 7.8, 8.0, 8.2, 8.4, 8.6, 8.8, 9.0, 9.2, 9.4, 9.6, 9.8, 10.0$, finalmente, 4,004.

NOTA. Con la letra con mayúscula se designa cada sección por el número que indica el calado correspondiente y la longitud entre dos secciones por l_{m-n} correspondiendo el primer subíndice a la sección de aguas abajo.

Al aplicar las Fes [84] y [86] a un intervalo entre dos secciones de calados v_n y v_m hay que recordar que la Fig. 82 se ha establecido con la hipótesis de la figura 71, es decir, que el calado designado por v_2 está situado aguas abajo de v_1 . Según ello, en la figura 82, y_n con $v_n = v_1$ será el límite superior, e y_m con $v_m = v_2$ el inferior de la integral. Por tanto, en las Fes [84] y [86] v_n corresponde a v_2 , o y_m a y_1 .

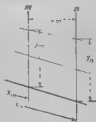


Fig. 82.

Recordando esta sencilla regla pueden emplearse las *tablas de la función del régimen variado* y hacerse los cálculos de una manera puramente algebraica.

Si la denominación de los calados se hace correctamente, como en la figura 82, la distancia l_{a-} resultará en la Ec. [84] *positiva*.

Si resultase negativa, indicaría ello algún error de designación, es decir, que v_a debería caer aguas abajo de v_b .

Sumando las distancias parciales sucesivas a partir de la sección inicial, se obtiene, para cualquier sección m , la distancia total L_m ; así, por ejemplo, L_5 indica la longitud total desde la sección a a la 5 (fig. 81).

La longitud desde la sección inicial al final de la curva la designaremos por L_g .

Volviendo a nuestro ejemplo, determinemos $l_{10.8}$.

Ya se ha calculado el exponente $n = 3,2$.

Refiriéndonos a la figura 71, se tiene:

$$y_2 = 10 \text{ m.}; \quad r_2 = 10/4 = 2,5; \quad B(2,5) = 0,062$$

$$y_1 = 8 \text{ m.}; \quad r_1 = 8/4 = 2,0; \quad B(2,0) = 0,104$$

Para el intervalo 10-8 el valor de $1-\beta$, por la figura 80, es 0,85. Además $v_b/v_a = 1/100000 \text{ m}$. Aplicando la Ec. [84]

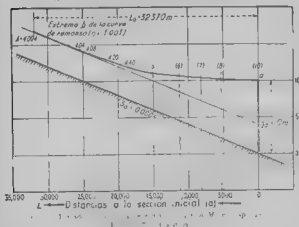
$$\begin{aligned} l_{10.8} &= 10000 [(2,5 - 2) - 0,85(0,062 - 0,104)] = \\ &= 1000 [0,5 + 0,037] = 5370 \text{ m.} \end{aligned}$$

Repetiendo el procedimiento para los otros intervalos, se tiene:

TABLA VIII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
y	$r = 0.95$	$\bar{y}(\bar{x}, r)$ $n=3.4$	$1 - \frac{y}{\bar{y}}$	$\Delta \bar{x}$	$\Delta \bar{y}$	$\frac{1}{\Delta \bar{x}}$	$\Delta \bar{x}$	\bar{x}	z
10 000	2 400	0.062	0.930	0.300	0.042	0.037	0.537	5 370	0
8 000	2 090	0.100	0.899	0.250	0.039	0.034	0.284	2 840	4 530
7 000	1 750	0.145	0.855	0.250	0.068	0.060	0.810	3 100	8 210
6 000	1 500	0.211	0.789	0.250	0.150	0.133	0.383	3 830	11 310
5 000	1 290	0.341	0.659	0.150	0.400	0.215	0.340	3 150	15 160
4 400	1 100	0.601	0.399	0.050	0.201	0.180	0.230	2 300	18 790
4 200	1 050	0.662	0.338	0.050	0.270	0.247	0.277	2 770	21 090
4 080	1 000	1.028	0.072	0.010	0.213	0.190	0.200	2 000	23 850
4 040	1 010	1.251	0.090	0.005	0.717	0.642	0.651	0 510	25 800
4 004	1 001	2.008							32 570

En la figura 8 se dibuja la curva de remanso resultante



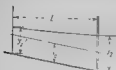
En la figura 2.ª Determinar el estado y a la distancia $L=12 000$ m. de la sección a.

Este problema es el inverso del tratado en el Capítulo I.* Aquí son dados L , y_0 , y_1 , β , γ , o que supone conocer $\Pi_2 = \tau_2 = (1 - \beta) B(\tau_2)$, $L_1 = \infty$. La solución está en determinar el valor particular de τ_1 que en

$$\Pi_1 = \tau_1 = (1 - \beta) B(\tau_1)$$

satisfaga la ecuación

$$\Pi_1 = \Pi_2 + L \frac{dy}{y_0} \quad [88]$$



* El problema en el capítulo I es el inverso de este.

Aplicando la Eq. [88] se tiene que la raíz de τ_1 es un intervalo donde τ_1 es una constante de integración.

Así, en nuestro caso, sabiendo que $L_1 = \Pi_1 = \infty$ basta hacer $y_1 = 0$ m., y determinar el cambio en una sección (fig. 85), situada a una distancia $L = 12,000$ m. $\Pi_1 = 0$ m. delante de la sección 6.

Con $y_2 = 6$ m.:

$$\Pi_2 = \Pi(1,5) = 1,5 - 0,89 \times 0,177 = 1,343$$

y

$$\Pi = \tau_1 = L \frac{y_0}{y_1} = 1,343 + 12,000 \frac{1 - 1,343}{4} = 1,271$$

Todo está en determinar el valor de τ que cumple

$$\Pi = \tau_1 = \tau = 0,89 B(\tau_1) = 1,271,$$

lo cual puede hacerse por tanteos, con las tablas para $n = 3,2$

τ_1	$B(\tau_1)$	$\Pi_1 = \tau_1 - 0,89 B(\tau_1)$
1,46	0,227	1,258
1,48	0,219	1,285



FIG. 85.

En la figura 38 se da la curva de valores de α gráfica, que se obtiene a partir de que $\alpha_0 = 1.274$, $\alpha_1 = 1.2$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 1.472$, $\alpha_5 = 1.588$ m. Por la forma de la curva II el figura 38 se ve que es una que varía de un modo casi rectilínea.

34. SOLUCIÓN ABREVIADA LA CURVA $\beta = 0$ — Ya Dupuit indica que en corrientes lentas el valor de $\alpha^2/2g$ Ec. [17] es pequeño, y por consiguiente, en curvas de corriente puede desprenderse el efecto de la energía cinética.

En el caso en el ejemplo precedente el valor primitivo de α cuando α es regular uniforme $v_0 = 8.000$ ft = 2.002 m seg se reduce a $v_1 = 8.000$ ft = 0.801 m seg. en la sección a, resultando de un descenso de la altura crítica de

$$\frac{2.002^2 - 0.801^2}{2g} = 0.171 \text{ m.}$$

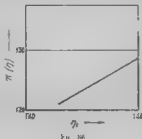
Además hay que tener en cuenta otros factores físicos que caracterizan el régimen retardado en general. Como ya se ha indicado anteriormente, el régimen retardado se caracteriza por un incremento de la turbulencia, y sabemos que, solo en parte, a menudo insignificante, de la energía cinética que tiene puede liberarse por la destrucción de viscosidad, se convierte en potencial. En todo caso la conversión de energía cinética en potencial sobre un largo trayecto de un canal amplio es desconocida. Por otra parte, como se verá más adelante, la idea de Dupuit introduce una simplificación notable.

Con referencia a las Ecs. [84] y [86] la omisión del efecto de la variación de la energía cinética equivale a hacer $\beta=0$, o en otros términos: despreciando en la Ec. [17] el

$$\text{término } \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \text{ — anula } \beta$$

en el parentesis 1 — β , quedando la ecuación simplificada

$$I_{2,1} - v_2 = \alpha_1 = \frac{y_0}{s_0} [(v_2 - v_1) - (B(v_2) - B(v_1))] \quad [87]$$



Designando por

$$\tau = B(\pi) = \Phi(\pi) \quad [90]$$

se tiene:

$$l_{1,2} - l_0 - \alpha_1 = \frac{y_0}{g_0} [\Phi(\pi_2) - \Phi(\pi_1)] \quad [91]$$

Para facilitar las operaciones se han calculado las tablas de $\Phi(\pi)$ para valores de π desde 2,8 a 4,2. A las curvas que obtengamos por este método las denominaremos curvas $\beta=0$.

Entre todos los tipos posibles de curvas la curva M_1 es la más frecuente en la práctica del ingeniero. En la mayoría de los casos en que se trata de curvas M_1 es recomendable y está plenamente justificado el cálculo abreviado expuesto, particularmente teniendo en cuenta que casi siempre opera en el sentido de la seguridad dando longitudes mayores.

Se comprende claramente, por otra parte, que este método abreviado es válidamente aplicable a las curvas M_1 . En las curvas descendentes M_2 o S_1 la altura dinámica aumenta en el sentido de la corriente a expensas de la energía potencial. En relación con los otros tipos de curvas la M_1 que tener en cuenta que la recuperación de la energía potencial juega un papel decisivo en el comportamiento de tales curvas. Por ello las curvas S_1 ofrecen forma como se debe a la restitución de energía cinética a las curvas M_1 y S_2 se explican con facilidad como descomposición de la energía cinética partiendo de un régimen en estado de intenso movimiento.

Aunque el caso de las curvas M_1 el método abreviado se puede emplearse cuando la cantidad α , expresada por el factor correspondiente, es poco elevada. El factor crítico se refleja en el valor de β . Por ello α cuando $v_{cr} = v_{lim}$ es decisivo, cuando el régimen normal es crítico, $\alpha = \alpha_{cr} = \beta = 1$.

(1) Se ha exagerado la importancia de las investigaciones experimentales que implican el estudio del proceso de la restitución de la energía cinética en corrientes divergentes. Es más importante el ser un valor empírico de las pérdidas por rozamiento en los regímenes lento y rápido.

Un canal de β puede no suave si caracteriza por $\beta_0 < 1$ y $1 > 1 - \beta \geq 0$. Por el contrario, un canal o corriente de pendiente fuerte cumple $\beta_0 > 1$ y el β negativo. Además, en pendientes fuertes $1 - \beta$ puede ser grande en valor absoluto.

Es preciso, por tanto, que, previamente, pondere el ingeniero proyectista cuándo y hasta donde es aplicable el método abreviado.

EJEMPLO 8.º

Suponiendo el mismo caso del ejemplo 7.º:

Fig. 86. — Dibujo para dibujar una curva de remanso $\beta = 0$.

Los cálculos según el Anexo B, se resumen en la tabla IX.

Tabla IX

y	η	$\Phi(\eta)$ $n=3.2$	$\Delta\Phi$	l	L
10,000	2,500	2,454			0
9,500	2,400	1,876	0,542	5,420	5,420
9,000	2,300	1,300	0,289	2,890	8,310
8,500	2,200	0,724	0,018	3,180	11,490
8,000	2,100	0,148	0,400	4,000	15,490
7,500	2,000	0,000	0,390	3,900	19,390
7,000	1,900	0,000	0,251	2,510	21,900
6,500	1,800	0,000	0,306	3,060	24,960
6,000	1,700	0,000	0,221	2,220	27,180
5,500	1,600	0,000	0,726	7,260	34,440

Nota. — Para $n > 101$ e inferiores, el valor de $\Phi(\eta)$ es nulo. Véase siempre presente que los cálculos han de llevarse de una manera estrictamente algebraica.

La curva se aproxima tanto a la de la figura 86, que sería conveniente dibujarla sin que hubiera confusión entre ambas. La longitud de la curva $\beta=0$ es alrededor de un 6 por 100 superior a la calculada en la Tabla VIII.

Cuestión 2.ª En la anterior curva $\beta = 0$, determinar el calado a la distancia de 12000 m. de la sección inicial.

En este caso, análogo a la Cues. en 2.ª del Ej. mp. 7.º, es donde encuentra particular ventaja el empleo del método abreviado. En primer lugar, si $\beta = 0$, no hay que preocuparse de los límites de la nueva sección que $1 - \beta$ sea el asunto de integración. Aplicando la Ec. [91], se tiene

$$y_2 - y_1 = 10 \text{ m.}; \quad x = 2,5 = \Phi(1,238) = 1,8$$

la solución está en determinar el valor de x , que satisfaga la relación

$$\Phi(x_1) = \Phi(x_2) - L \frac{y_2}{y_1} \quad [92]$$

En nuestro caso se tiene:

$$\Phi(x_1) = 2,438 - \frac{12000}{10000} = 1,238.$$

Con las tablas, para $n = 3,2$, se tienen los valores:

$$x = 1,40; \quad \Phi = 1,233 \\ x = 1,48; \quad \Phi = 1,261$$

y por interpolación rectilínea

$$x = 1,46 + \frac{1,238 - 1,233}{1,261 - 1,233} \cdot (1,48 - 1,46) = 1,463.$$

El calado buscado es

$$y_1 = 1,463 \times 4 = 5,852 \text{ m.}$$

Comparado con el resultado 5,888 de la Cuestión 2.ª de Ejemplo 7.º se ve que el error, por exceso, es de un 0,6 por 100.

35. EXPOSICIÓN DE RESULTADOS En los Ejemplos 7.º y 8.º se ha manejado el valor de exponente $n = 3,2$ correspondiente a una de las columnas de la tabla (I). Naturalmente que este no es el caso más frecuente. Aun para el canal en cuestión, si se deseara un valor más preciso de n , por ejemplo para el intervalo entre los calados $y_2 = 4 \text{ m.}$ e $y_1 = 10 \text{ m.}$ la Ec. [71] daría

$$n = 2 \frac{\text{Lg}(\mathfrak{K}_2/\mathfrak{K}_1)}{\text{Lg } 10/4} = 2 \frac{\text{Lg}(1744/400)}{\text{Lg } 2,5} = 3,24$$

Para este valor de n , que no coincide con ninguno de entrada de la tabla, puede recurrirse a la interpolación.

Para tener una idea del grado de precisión que se alcanza, comparemos solamente las soluciones correspondientes a los valores $n = 3.4$ y $n = 3.2$ que limitan al nuestro.

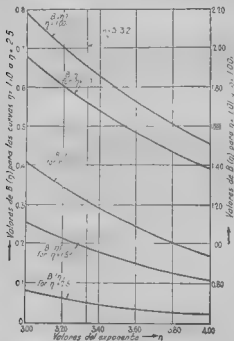


FIG. 87.—Interpolación del factor del exponente B de acuerdo sobre los valores de $B(\eta)$.

Empleando una curva $p = 0$ y limitando la comparación a pocos puntos característicos, se obtiene el resultado que se detalla en la Tabla X.

El método común arroja la diferencia relativa de $\pm 8\%$ sobre L . Evidentemente, en una primera aproximación aceptando cualquiera de los exponentes 3,4 o 3,2, el error no sobrepasa del 3 por 100.

TABLA X

y	η	$n = 3,2$			$n = 3,4$			Diferencia por ciento
		$\Phi(\eta)$	$\Delta\Phi$	l	$\Phi(\eta)$	$\Delta\Phi$	l	
10,000	2,500	2,438			2,433			
			1,149	11,400		1,150	11,400	1,8
6,000	1,500	1,389			1,323			
			0,759	7,590		0,759	7,590	1,9
4,400	1,100	1,019			0,964			
			0,501	5,000		0,736	7,360	0,8
4,040	1,010	0,981			0,172			
			0,729	7,260		0,683	6,830	0,1
4,004	1,001	1,007			0,855			
				$L_1 = 34,450$			$L_2 = 35,180$	4,1

Interpolación gráfica. En la Fig. 87 se han dibujado las curvas $B(\eta)$ para una serie de valores de η , en función del exponente n . Mediante ellas se puede determinar, gráficamente, el valor intermedio de $B(\eta)$ para $n=3,32$, resultando:

TABLA XI

y	η	$\Phi(\eta)$ $n = 3,24$	$\Delta\Phi$	l
10,000	2,500	2,440		
			1,140	11,400
6,000	1,500	1,300		
			0,700	7,000
4,400	1,100	0,910		
			0,370	3,700
4,040	1,010	0,260		
			0,730	7,300
4,004	1,001	0,000		
			$L_0 =$	34,900

Interpolación aritmética o lineal.—Procediendo por interpolación lineal, se forma la siguiente tabla:

Tabla XII

y	x	$\zeta(x)$			Para $n = 3,24$	
		$n = 3,2$	$n = 3,8$	$n = 3,24$	$\Delta \Phi$	l
10,000	2,500	2,438	2,452	2,441	1,145	11,450
6,000	1,500	1,289	1,323	1,296	0,764	7,840
4,400	1,100	0,499	0,564	0,512	0,771	7,710
4,040	1,010	0,281	0,172	0,259	0,718	7,180
4,004	1,001	1,007	0,855	0,977	I_2	5+183

La diferencia entre los longitudes que dan las Tablas XI y XII es despreciable. El ejemplo confirma la regla sancionada por la experiencia de que la interpolación rectilínea es en muchos casos enteramente aproximativa, la mayoría de los casos que se presentan al ingeniero en la práctica.

CAPITULO IX

METODOS DE CALCULO

En este capítulo se ilustran con ejemplos los métodos de resolución de problemas relativos al régimen variado. Los casos que se presentan son de índole general, y han sido con fines puramente ilustrativos, pero en los diversos métodos indican el camino a seguir para resolver de una manera aproximada cuestiones interesantes en la práctica, y sirven de introducción a problemas más especiales, que se tratan en la parte segunda de libro. A lo largo de esta va se le dedica un capítulo por separado. Como observación preliminar puede decirse, en todos los casos se regimén variado tener presente que el caudal puede sustituirse por el *calado normal equivalente*.

En un canal de sección y pendiente dadas el caudal Q y el calado y del régimen uniforme están ligados por las relaciones

$$Q = K(y_0) \sqrt{s_0}; \quad K(y_0) = Q' \sqrt{s_0}$$

Para una serie de caudales Q_1, Q_2, Q_3, \dots se tiene una serie de calados de régimen uniforme y_1, y_2, y_3, \dots verificándose

$$K(y_{01}) = Q_1 \sqrt{s_0}, \quad K(y_{02}) = Q_2 \sqrt{s_0}, \quad \text{etc.}$$

Cuando se emplea un caudal Q_0 para caracterizar el régimen en un canal, puede emplearse, para sustituir a este caudal, el calado normal equivalente. Se encontrará en los ejemplos que siguen que no interviene en los cálculos el valor de caudal, que viene representado por el calado normal equivalente.

36. LA CURVA M . — En este artículo aplicaremos el método simplificado, empleando la curva $\beta=0$ y las Ecs. [91] y [92].

EJEMPLO 9.*

Un canal, de tipo A (lámina III), comunica dos depósitos A y B (fig. 88), que distan $L = 2 \text{ km}$, $s_1 = 4^{\circ} 30'$, $n(\text{G.K.}) = 0,025$; $LS_0 = 1,80 \text{ m}$.

El agua entra en el canal por una compuerta de regulación. La entrada en B no encuentra obstáculo alguno. El canal está dimensionado para transportar $Q = 100 \text{ m}^3/\text{sg}$ en régimen uniforme, con $y_0 = 3 \text{ m}$.

$$K_0 = 100/\sqrt{4} \cdot 10^{-2} = 5\,000 \text{ m}^3/\text{sg}, \approx 4\,940$$

(Véase Tabla de la lámina III)

Evidentemente, en régimen uniforme $v_1 = v_0 = 3 \text{ m}$.

Puede suponerse ahora que los caudales v_1 y v_2 varían. En otros canales $Q = 100 \text{ m}^3/\text{sg}$ puede variar. El problema estructural determina, en cada caso, cómo lo varía con y_1 , y_2 o Q , respectivamente, afecta a los restantes elementos del régimen.

En los cálculos que siguen, al emplear las tablas de la función del régimen variable se tomará como valor medio del exponente $n=3,6$.

*Cuestión 1.** Permaneciendo el caudal $Q = 100 \text{ m}^3/\text{sg}$, cambia el nivel en B de modo que $v_2 = 5 \text{ m}$. Determinar el calado y_1 en la sección 1.

Refiriéndose a la figura 88, el régimen será variable con superficie curva del tipo M_1 . El caudal está representado por el calado normal $v = 3 \text{ m}$. Las características en la sección 2 son datos:

$$v_2 = 5 \text{ m}; \quad \Phi(v_2) = 1,549$$

El calado v en la sección 1 está relacionado con v_2 en la Ec. [92]

$$\Phi(v_1) = \Phi(v_2) + \frac{LS_0}{y_0^n} = 1,549 + \frac{0,8}{3} = 1,81$$

En las tablas de $\Phi(v)$ se busca el valor de v que ha el $\Phi(v) = 1,81$; $v = 1,448$ de donde $y_1 = 1,448 \times 3 = 4,344 \text{ m}$.

*Cuestión 2.** Suponiendo que el caudal permanece constante (igual a $100 \text{ m}^3/\text{sg}$), mientras que el nivel en B varía

entre y_2 3.15 m e y_1 3.50 m, a qual a curva representativa de v_1 em função de y_2

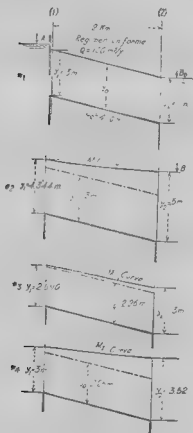


FIG. 13.—Figuras relativas al Ejemplo 9°

Aplicando la cuestión primera a una serie de puntos, se tiene:

TABLA XIII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
y_2	$r_2 = y_2^3$	$\Phi(r_2)$	$\Phi(r_1) =$ $\Phi(r_2) \cdot 0,966$	r_1	$y_1 = r_1^{\frac{1}{3}}$
3,0	1,06	1,549	1,283	1,448	4,344
4,5	1,50	1,351	1,085	1,317	3,951
4,0	1,33	1,111	0,844	1,182	3,546
3,5	1,13	0,712	0,447	1,050	3,180
3,0	Regimen uniforme				3,000

La curva representativa se acompaña a continuación en la figura 89.

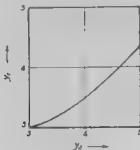


FIG. 89

Cuestión 2.ª Suponiendo que el caudal se reduce a $Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que el nivel en la sección 2 se conserva $y_2 = 3 \text{ m}$. Determinar el correspondiente calado y_1 en la sección 1.

$Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$ corresponde a $K = 60 \sqrt{1 \times 10^2} = 3000$, que según la lámina III, corresponde a un calado normal $y_0 = 2,26 \text{ m}$. De acuerdo con ella, en la figura 88, el caudal se representa por la línea de regimen uniforme $y_0 = 2,26 \text{ m}$. Para la sección se tiene $r_2 = 1 \text{ m}^3$, $r_2 = 1,33$. Para de-

terminar $\Phi(1,33)$ se procede por interpolación rectilínea entre los valores de la tabla para $\Phi(1,32)$ y $\Phi(1,34)$

$$\Phi(1,33) = 1,110.$$

El nivel en la sección 1 se determina por:

$$\Phi(x_0) = \Phi(x_2) - \frac{Ls_2}{y_2} = 1,110 - \frac{0,8}{2,26} = 0,756$$

Para hallar x_1 se interpola entre los valores de la tabla

$$\Phi(1,14) = 0,710; \quad \Phi(1,15) = 0,766,$$

de donde

$$x_1 = 1,14 + \frac{(1,15 - 1,14)(0,756 - 0,740)}{0,766 - 0,740} = 1,147 \quad (11)$$

y, por tanto,

$$y_1 = x_1 \cdot y_2 = 1,146 \times 2,26 = 2,590 \text{ m.}$$

Cuestión 4.ª Suponiendo ahora que el nivel en la sección 1, detrás de la compuerta, se mantiene constante $x_1 = 3$ m., hallar e calcular v_2 correspondiente a un caudal $Q = 60 \text{ m}^3/\text{sg.}$

Se tiene ahora para la sección 1:

$$y_1 = 3 \text{ m.}; \quad x_1 = 1,33; \quad \Phi(x_1) = 1,110$$

El calado y_2 se determina por

$$\Phi(x_2) = \Phi(x_1) + \frac{Ls_2}{y_2} = 1,110 + 0,354 = 1,464.$$

lo que da

$$x_2 = 1,56 \text{ e } v = 1,56 \times 2,26 = 3,52 \text{ m.}$$

Cuestión 5.ª Supongamos que con un caudal de $100 \text{ m}^3/\text{sg.}$ los calados v_1 e v_2 valen inicialmente 3 m. Determinar el nivel máximo que puede alcanzarse en la sección 2 sin que la elevación del mismo ejerza influencia apreciable en el nivel en 1.

Hay que recurrir en este caso a la definición de «fin» de la curva, dada en el artículo 13 figura 79. La influencia del calado y_2 sobre el de la sección 1 podrá considerarse

nula cuando la curva de remanso producida por una elevación de y_2 sobre y_0 termine antes de la sección, o sea más corta que la longitud del canal $L = 2$ Km.

Suponiendo definido el fin de la curva como punto donde $x_1 = 1,001$, lo que implica que $\Phi(x_1) = -0,724$, se encuentra el correspondiente nivel en 2:

$$\Phi(x_2) = \Phi(x_1) + \frac{Ls_y}{y_0} = -0,724 + \frac{0,8}{1} = -0,724 + 0,266 = -0,458$$

La tabla $\Phi(x)$ muestra que el valor correspondiente de x_2 se encuentra entre $x_1 = 1,001$ y $x_1 = 1,005$, lo que indica que en nuestro caso no puede tener lugar una variación apreciable del nivel B sin que afecte al calado y_1 .

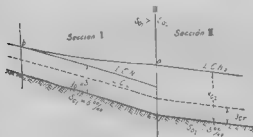


Fig. 10. La curva $\Phi(x)$ como función de x para una curva M_1 de un canal M_1 (Ejercicio 2°, Ejemplo 9°).

Por el contrario, si el canal fuera mucho más largo, las circunstancias variarían. Por ejemplo, con $L = 6$ Km., entonces $Ls_0/y_0 = 0,840$, el valor de $\Phi(x_2)$ es entonces

$$\Phi(x_2) = -0,724 + 0,8 = 0,076,$$

que corresponde a $x_2 = 1,010$ e $y_2 = 3 \times 1,010 = 3,030$ m.

El nivel en B puede variar en un 1 por 100 sin afectar sensiblemente al calado en la sección 1.

EJERCICIOS:

1.º Supóngase en el croquis de la figura 88, que el canal es del tipo B (figs. 11 y 14), $y_0 = 1,50$ m.; $L = 3$ Km., $v_0 = 2^{00}_{00}$ y $s_0 = 8^{00}_{00}$, respectivamente. Empleese $n = 3,70$.

a) En relación con la ecuación 1.ª del ejemplo precedente, determinar el calado y_2 hasta el cual puede cruzarse el riego B sin afectar al calado y_1 . Considerese el final de la curva para $x_1 = 1,001$ y $x_1 = 1,01$, respectivamente.

b) Para ambas pendientes s_1 y $s_2 = 1,5$ m. determinar y dibujar la curva de la figura 89.

2.º Suponiendo un canal de tipo B con una discontinuidad en la pendiente (fig. 90), $s_{01} = 1^{00}_{00}$, $s_{02} = 3^{00}_{00}$. El caudal Q corresponde a régimen uniforme en la sección 1, con $y_{01} = 1$ m. Impléese la curva K con coeficientes de Bazin. Tómese $n = 3,70$. Determinése el perfil de la lamina libre.

SOLUCIÓN.—En este problema, como en otros más a seguir, no cabe seguir el camino ordinario de determinar la curva de un río, es decir, ante todo, establecer el tipo de curva que hay que dibujar, sino que, como se ve que s_1 y s_2 son variables, no desde el inicio, ni en $x = 1,50$ m. al cambio de s_1 en $s_2 = 1,50$ m.

Para determinar el tipo y posición de la curva de transición, puede ser suficiente el razonamiento que se expone seguidamente. Si primeramente se trata de s_1 y s_2 tales como s_{01} y s_{02} son variables, aumentando o disminuyendo M . La única curva posible es una curva M que, cuando crece o decrece, pasa de ser una M_1 a ser una M_2 en un punto de la lamina libre. La curva de transición es por el orden trascendente de 2.º, ya que en tal caso la única curva posible con s_1 y s_2 variables es M y M es una M_2 . El caso contrario s_1 y s_2 variables en la sección 4 con una s_3 , que produce la curva de transición a la M es una M .

37. LA CURVA M_2 .

EJEMPLO 10

El canal, de figura 14, con $s_0 = 1^{00}_{00}$, termina en un escalón (fig. 91); $y_0 = 1,50$ m.

El caudal, con un coeficiente G. K. = 0,113, es

$$Q = K_0 \sqrt{s_0} = 3,13 \sqrt{10} = 9,9 \text{ m}^3/\text{sg.}; \quad x_0 = 26,1^{00}_{00}$$

Con $s_0 < s_1$ el régimen es de clase M . La curva es del tipo M_2 , descendente desde el calado normal $y_0 = 1,50$ m. al crítico y_c en la proximidad del borde.

Cuestión 1. Determinese la curva producida. El valor de y_{cr} se obtiene (Ec. 128):

$$\overline{M}_{cr} = Q \sqrt{g} = 0,93, 1,32 \quad 3,16 \quad y_{cr} = 1,10.$$

Para $\sigma_0 = 28,7^{00}_{00}$, $\beta_0 = 10,28,7 = 0,348$, $\sigma_{cr} = 29,5^{00}_{00}$, $\beta_{cr} = 10,29,5 = 0,337$, puede emplearse como valor medio de β , $\beta = 0,34$ y de la constante de integración $1 - \beta = 0,66$.

Con (1 - β) -const. se puede poner la ecuación en la forma [86]

$$l = \frac{y_0}{\beta_0} [\Pi(\eta_0) - \Pi(\eta_1)]$$

Los límites de integración serán:

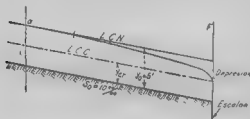


Fig. 30. Curva M_2 en canal con escalones de $\sigma = 28,7$ (Ejemplo 10).

Para la sección sobre el borde del escalón (F)

$$\eta_F = \eta_{cr} = y_{cr}/y_0 = 1,10/1,50 = 0,734$$

Para la sección correspondiente al final de la curva (a):

$$\eta_a = 0,999 \text{ e } y_a = 0,999 y_0 = 1,498 \text{ m.}$$

Siguiendo el procedimiento expuesto en el Ejemplo 7., se puede elegir una serie de intervalos de calados y determinar las longitudes de los arcos comprendidos. Supondremos que v_c se produce sobre el borde del escalón (1). Formamos

(1) Por otros términos se desprende la pequeña distancia entre la sección t y la sección F en la figura 37. En el presente está de la materia, en que se conoce poco sobre las láminas libres en régimen curvo, esta aproximación es admisible y justificada.

remos como origen para medir anguludes L la sección F .

Para el intervalo de calados entre 1,50 m. y 1,10 m. el exponente hidráulico es

$$n = 2 \frac{\lg \frac{K(1,50)}{K(1,10)}}{\lg 1,5 : 1,1} = 2 \frac{0,255}{0,1335} = 3,81$$

Puede aceptarse un valor intermedio entre las columnas $n=3,4$ y $n=3,6$ como valor de $B(\tau)$

$$y_0/x_0 = 1,5/10 \cdot 10^{-4} = 1500 \text{ m.}$$

El cálculo se resume en la tabla que sigue.

TABLA XIV

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
y	$\eta = y/1,5$	$B(\eta)$ $n=3,5$	$0,66 B(\eta)$	$H(\eta) = \tau - 0,66 B$	ΔH	l	L
1,100	0,733	0,803	0,530	0,203	0	0	0
1,150	0,766	0,804	0,533	0,203	0,001	7,5	0
1,200	0,800	0,817	0,537	0,198	0,011	16,7	5
1,250	0,833	0,830	0,540	0,187	0,018	23,0	24,0
1,300	0,866	0,846	0,597	0,169	0,038	23,0	51,0
1,350	0,900	1,151	0,779	0,141	0,058	42,0	97,0
1,400	0,933	1,280	0,840	0,088	0,053	79,5	172,0
1,450	0,966	1,493	0,985	0,019	0,117	161,5	333,0
1,498	0,998	2,390	1,577	0,079	0,580	840,0	1173,0

En la figura 92 se dibuja la curva.

NOTA.—En la columna (7) aparece nula la distancia entre los calados 1,1 y 1,15 porque la distancia horizontal en que tiene lugar el

respectivo incremento de caudal no puede estimarse, dentro del grado de precisión con que se ha realizado el cálculo.

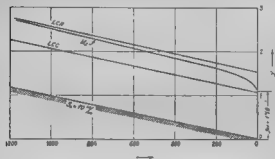


FIG. 92

EJEMPLO 11

Un canal de tipo D (lámina V) une dos embalses distantes 2 Km (fig. 93), $s_2 = 1^{00}_{00}$, n G. K. = 0.025. El canal está proyectado para régimen uniforme con $v = 4$ m correspondiente a un caudal $Q = K \sqrt{s_2} = 42.6$ m³/sg. En lo que sigue se supondrá que el caudal permanece constante, en tanto que los calados y_1 y y_2 descienden por bato de $v = 4$ m. El resultado será la formación de una curva de tipo M_2 . Suponiendo no hay pérdida $y = 1.5$ m, determinaremos el exponente bruscado para el intervalo entre $y = 1.5$ m, $v = 4$ m.

$$n = \frac{\lg \frac{K}{K_1}}{\lg \frac{1}{1.5}}, \quad \lg 0.70 = 3.92$$

Al consultar las tablas de la función de régimen variado por el batido se encuentra un valor medio entre los de las columnas correspondientes a $n = 3.8$ y $n = 4.0$. Para determinar el valor de $1 - \beta$ se tiene para el intervalo de calados entre $y = 1.5$ o $y = 4$ m.

$$v = 1.5, \quad \sigma = 24.26^{00}_{00}; \quad \beta - s_0 \sigma = 1.24.26 = 0.0112, \quad 1 - \beta = 0.939$$

$$v = 4, \quad \sigma = 21.62^{00}_{00}; \quad \beta - s_0 \sigma = 1.21.62 = 0.0461, \quad 1 - \beta = 0.954$$

Puede tomarse como valor medio de $1 - \beta$, 0,936. Se tiene además:

$$Ls_0 = 2000 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,2; \quad Ls_0 v_0 = 0,05$$

Cuestión 1ª (fig. 93 2). Suponiendo que el nivel en B desciende a $y_0 = 1$ m., determinar el correspondiente v_1 .

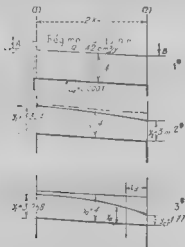


FIG. 93.—Figuras relativas al Ejemplo 1

Se tiene en el perfil 2:

$$v_2 = 3 \text{ m.}; \quad v_2 = 3,4 = 0,75$$

$B(v_2)$ valor medio entre $B = 0,815$ y $B = 0,808$, 0,811.
 $\Pi(v_2) = \Pi(v_1) + 1 - \beta \cdot B(v_2) = 0,750 + 0,936 \times (1,811 - 0,725)$

Para determinar el nivel en 1 se tiene

$$\Pi(v_1) = \Pi(v_2) - \frac{Ls}{W_0} = 0,725 - 0,05 = 0,675$$

El correspondiente valor de τ_1 , que verifica:

$$\Pi(\tau_1) = \tau_1 - 0,956 B(\tau_1) = -0,075$$

se determina como sigue:

Se tiene, para $n=3,90$:

$$B(0,84) = 0,960; \quad \Pi = 0,083$$

$$B(0,83) = 0,946; \quad \Pi = -0,074$$

de donde $\tau_1 = 0,841$ y, por tanto, $y_1 = 4 \times 0,841 = 3,324$ m

Cuestión 2ª. Suponiendo que el nivel 1 desciende de $\tau_1 = 4$ m a $\tau_1 = 0,5$ m, determinar a que nivel desciende el caudal en 2, siendo el caudal $Q = 42,6$ m³ sg.

Se tiene, para la sección 1:

$$\tau_1 = \frac{3,1}{4} = 0,77; \quad B(\tau_1) = 1,111; \quad \Pi(\tau_1) = 0,77 - 0,956 \times 1,111 = -0,162$$

El nivel y_2 se determina por

$$\Pi(\tau_2) = \tau_2 - 0,956 B(\tau_2) = \Pi(\tau_1) + \frac{I \cdot x_1}{y_1} = -0,162 + 0,05 = -0,112$$

Para determinar τ_2 se tiene, en las tablas, con suficiente aproximación:

$$\text{Para } \tau_2 = 0,86 \quad B(0,86) = 1,008; \quad \Pi(0,86) = 0,86 - 0,956 \times 1,007 = -0,103$$

$$\text{Para } \tau_2 = 0,87 \quad B(0,87) = 1,002; \quad \Pi(0,87) = 0,87 - 0,956 \times 1,002 = -0,116$$

de donde

$$\tau_2 = 0,867; \quad y_2 = 4 \times 0,867 = 3,468$$

Cuestión 3ª. (fig. 933). Determinar la posición más baja de la curva M_3 en que puede fluir el caudal $Q = 42,6$ m³ sg.

La posición más baja en el perfil 2 es la correspondiente al calado crítico. Como en su ha demostrado en el art. 17 el calado y_2 no puede bajar de y_{cr} .

Para determinar y_{cr} se tiene:

$$3H_{cr} = a^3 b) \quad Q = \sqrt{g} \quad 42,6 = \sqrt{9,81} = 13,6$$

En la lamina V se tiene $y_a = 1,77$, para la sección 2, con $y_2 = y_a = 1,77$, se tiene:

$$\tau_2 = 1,77 \cdot 4 = 0,442, \quad B(\tau_2) = 0,445, \quad \text{II } \tau_2 = 0,442 \cdot 0,956 \times \\ \times 0,445 = 0,017$$

El nivel correspondiente en 1 se determina por

$$\text{II } \tau_1 = \tau = 0,956 B(\tau_2) = 0,017 - 0,05 = -0,033$$

Para determinar τ_1 se tiene en las tablas

τ	$B(\tau)$	II (τ)
0,76	0,827	-0,030
0,77	0,840	-0,034

Interpolando se tiene $\tau_1 = 0,767$ y, por tanto, la posición es baja del talud y compacte con un caudal de $42,0 \text{ m}^3/\text{sg.}$ es $\approx 4 \times 0,767 = 3,068 \text{ m.}$

Cuestión 4ª. Suponiendo que el nivel en 2 varía entre $y_2 = 4 \text{ m.}$ e $y_2 = 1,77$, determinar el efecto producido en el perfil 1 por tal variación de y_2 .

Respuesta. Se construye la Cuestión 2ª del Ejemplo 10. Los límites del nivel y_1 son: $y_2 = 4 \text{ m.}$ e $y_{1, \text{min}} = 3,068$. Para hallar puntos intermedios se construye la siguiente tabla

TABLA XV

y_2	$\tau_2 = y_2 \cdot 4$	$B(\tau_2)$	$0,956 B(\tau_2)$	II (τ_2)	II (τ_2) II (τ_2) 0,5	τ_1	y_1
4—	Límites uniforme						4
3,00	0,900	1,111	1,062	0,162	0,112	0,923	3,692
3,00	0,750	0,811	0,775	0,095	0,070	0,831	3,324
2,00	0,500	0,507	0,485	0,042	0,035	0,772	3,088
1,77	0,442	0,445	0,425	0,017	0,033	0,767	3,068

La curva se representa en la figura 94.

Cuestión 5ª. En una curva descendente en que el caudal disminuye hacia aguas abajo, la velocidad aumenta. En un canal con cajas sin revestir puede provocar erosión.

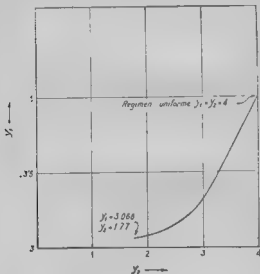


FIG. 94.

es peligrosa este incremento de velocidad. En efecto, en el caso anterior la velocidad para v_{cr} es

$$v = Q/a_{cr} = 42,6/11,78 = 3,62 \text{ m/sg}$$

Supongamos que debido a la consistencia del terreno sobre el que se supone construido el canal se produce el mismo peligroso incremento de velocidad para $v = 1,20 \text{ m/sg}$. Con $Q = 42,6 \text{ m}^3/\text{sg}$ la sección mojada es $a = 35,5 \text{ m}^2$ y el caudal (véase lámina V) 3,70 m.

Supongamos que el canal hay que revestirlo a lo largo de todo el trayecto del mismo en que la velocidad sobre-

pase 1,20 m sz. Determinar qué longitud L_p (fig. 943) viene afectada por el revestimiento.

La protección deberá extenderse al tramo en que el caudal sea $< 4,7$ m. En problema se reduce, en este caso, a determinar la longitud L_p entre $v_1 = 1,77$ e $v_2 = 3,70$ m.

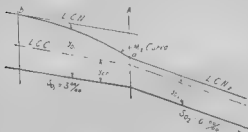


Fig. 943. Canal con curva y aguas v. la solera con fórmula de Chezy (Ejercicio 2°, Ejemplo II)

De la Tab. XV, para $v_1 = 1,77$, $H_{v_1} = 0,017$. Por $v_2 = 3,70$ m., $v_2 = 3,70 \pm 0,92$. Con $n = 3,90$:

$$\begin{array}{l|l} B(0,92) = 1,177 & B(0,925) = 1,196 \\ B(0,96) = 1,215 & H = 0,925 = 0,956 \times 1,196 = 1,14 \end{array}$$

por tanto:

$$L_p = \frac{y}{s_0} = [H_{v_2} - H_{v_1}] = 4 \cdot 10^3 [0,017 - 0,218] = 9400 \text{ m.}$$

Si el canal solo tiene 2 Km. hay que protegerlo todo, y si v.s. hasta llegar a los 9400 m. del extremo anterior.

Ejercicios:

1° Supongamos el caso representado en la figura 943 con canal de tipo A, $s_0 = 1 \times 10^{-4}$. El caudal constante corresponde a $y_0 = 4$ m. Determinar el mínimo valor posible de y_1 para longitudes respectivas del canal: $L = 2000$ m., $L = 4000$ m.; $L = 6000$ m.

2° Se supone invertido el orden de las pendientes del

condición a figura 90, quedando tal como se representa en la figura 95. $s_{01} = 5^\circ$ y $s_{02} = 6^\circ 30'$. Determinar el perfil de la lamina libre suponiendo un caudal correspondiente a $y_{02} = 1,50$ m.

Indicación. Para el caso representado al deducirse la Ecuación 97 se demuestra que la curva de transición debe ser del tipo M_2 situándose tal como en el trazo superior después de s_{01} . El calado en la sección A será $y_a = y_{02}$.

38. LA CURVA M_2 .

EJEMPLO 12

Situemos nos el caso representado en la figura 96 donde el agua fluye por una compuerta a un canal de sección rectangular, tipo I (grupo IV). El canal tiene una pendiente

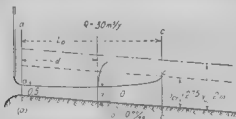


Fig. 96. Canal rectangular con una compuerta tipo I (grupo IV) y una curva de transición M_2 .

$s_0 = 0,001$, $n = 0,013$. La compuerta de paso tiene un caudal $Q = 22,5$ m³/s con un calado en la vena contracta $y_a = 0,50$ m.

Resolución. 1°. Determinar la lamina libre.

El calado normal

$$Q = Q_0 = 22,5 \sqrt{1} \text{ la } 2^\circ \text{ 11',6'' por la lamina IV.} \\ y_n = 2,00 \text{ m.}$$

El calado crítico

$$y_c = 22,5 / 4,5 \text{ m}^3 \text{ seg} : y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{20,3/9,81} = 1,275 \text{ m.}$$

Con $y_a > y_c$ e $y_a = 0,50$ m. $< y_n$, la curva es de tipo M_2 .

Las características del régimen en la *vena contracta* son :

$$v_s = 4,5 \pm 0,5 = 9 \text{ m s}^{-1} \quad v_s^2 \cdot 2g = 4,12 \text{ m} \quad s_s = 0,50 + \\ + 4,12 = 4,62 \text{ m.}; \quad \lambda = 2 \frac{4,12}{0,5} = 16,48$$

La curva $1-\beta$ (lámina IV).

Para

$$y_s = 2,00 \text{ m.}, \quad v_s = 38,50^{88}/_{100}, \quad \beta_s = 10'38,5 = 0,260, \quad 1 - \beta_s = 0,740$$

Para otros calados :

y	0,4	0,5	0,60	0,70	0,80	0,90
$v_s \text{ en }^{88}/_{100}$	30,49	32,78	33,24	34,31	35,49	36,19
$\beta \dots$	0,299	0,305	0,300	0,291	0,281	0,270
$1 - \beta$	0,699	0,695	0,700	0,709	0,719	0,730

En la figura 97 se dibuja la curva $1-\beta$.

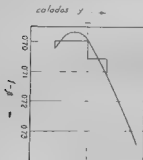


FIG. 97

Para la integración se halla el *promedio* de los siguientes valores medios

El exponente hidráulico para el intervalo y entre 2,00 vale :

$$n = 2 \frac{\text{Lg } \frac{K \cdot 2,}{K(0,5)}}{\text{Lg } \frac{2}{0,5}}$$

$$n = 2 \frac{\text{Lg } \frac{713,82}{35,73}}{\text{Lg } 4} = 2,90$$

Los límites de la curva son :

$$y_m = 1,275 \text{ con } v_m = 1,275 \cdot 2 = 0,637$$

$$y_s = 0,50 \text{ con } v_s = 0,5 \cdot 2 = 0,250$$

$$y_0 \cdot s_0 = 2,000$$

Dividamos el intervalo total de los calados en otros *partes*, cuyas distancias sean :

$$I = \frac{y_2}{s_0} \times \Delta \tau_1 \cdot (1 + \beta \Delta B) \cdot v_2 \cdot s_0 \Delta H$$

Las distancias L vienen medidas a partir del perfil de calado crítico hacia aguas arriba.

TABLA XVI

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
y	$\tau_1 = y/2$	$1 - \beta$	$h(\tau_1)$ $\approx 2,9$	$\Delta \tau$	ΔB	$(1 - \beta) \Delta B$	ΔH	I en m.	L
1,275	0,637	\uparrow	0,689						0,00
1,270	0,635	0,711	0,687	0,002	0,002	0,0014	0,0016	1,1	1,30
1,250	0,625	\downarrow	0,684	0,010	0,014	0,0098	0,002	1,4	1,50
1,200	0,600	0,705	0,647	0,025	0,028	0,0183	0,0067	13,4	5,00
1,000	0,500	\downarrow	0,519	0,100	0,128	0,0902	0,0098	19,8	14,80
0,800	0,400	0,722	0,408	0,100	0,111	0,0779	0,0221	44,2	20,00
0,500	0,250	\downarrow	0,251	0,150	0,147	0,1102	0,0228	79,0	27,84

En la figura 98 se representa la curva.

En el ejemplo anterior la longitud total hallada entre la *vena contracta* y y_c es $L = 158,6$ m. Si el canal fuera más corto de 18,6 m y no existiera en el canal y obstáculo el agua correría brevemente como en la figura 51. Pero por lo general, el desagüe de una compuerta, con formación de curva M_2 , provoca el resalto.

Cuestión 2.ª Suponiendo, con los mismos datos anteriores, que el resalto comienza en el calado $d_1 = 1,10$ m., determinar la distancia L_2 (fig. 99) de la *vena contracta* al pie del resalto.

El problema se resuelve hallando la distancia entre los calados $y_c = 0,5$ m. y $d_1 = 1,00$ m.

El calado está en el intervalo en que $1 - \beta = 0,705$. Por consiguiente, siguiendo el procedimiento de la figura 85, determinaremos la distancia de la sección 1,10 a la 1,00, la cual (V. Tabla XVI) se encuentra a 123,8 m. de a

$$\Delta x = 0,05 \cdot \Delta B = 0,008, \quad \Delta B = 0,7 \cdot \delta = 0,0409$$

$$\Delta \Pi = \Delta x \cdot \frac{1}{100} \Delta B = 0,7 \cdot 0,00409 = 0,00286$$

$$L_{2,1} = 0,0091 \times 2000 = 18,2 \text{ m.}$$

La distancia total desde la zona construida es

$$L_y = 123,8 + 18,2 = 142,0 \text{ m.}$$

Ejercicio:

Se da un canal del tipo B (fig. 14) representado en la figura 100 en el que $s_{01} = 0,01$ y $s_{02} = 10^{-3}$ m.

Se supone un caudal $Q = 39,6 \text{ m}^3/\text{s}$, correspondiente a $y_{cr} = 3,0 \text{ m}$.

a) Suponiendo que la longitud del tramo 2 es 200 m., determinar el perfil longitudinal de la lamina libre.

b) Determinar la máxima longitud teórica de tramo 2 para que se desgrace sin formación de resalto.

Indicación: Determinese v_1 e v_{cr} . Como v_{cr} es menor que v_1 e v_{02} es mayor que v_{cr} , se formará una curva M_1 que comienza en la sección a con $y_1 = y_{cr}$.

39. LA CURVA S_1 .

EJEMPLO 13

Supongamos un canal de sección rectangular, suficientemente ancho para poder ser considerado del tipo de la

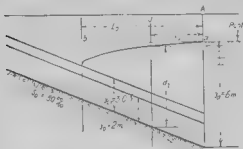


Fig. 101 — Curva ascendente S_1 en un canal de tipo B que desemboca en un embalse.

figura 73, con $s_0 = 50^{00}_{00}$, terminando en un embalse (figura 101). Empleese para C la fórmula de G. K., correspondiente a $n = 0.15$, $s_0 = 10^{00}_{00}$. Se supone que $y_0 = 2$ m., lo que da, por metro de ancho: $H = C \cdot y^{1.48} = 82.411 \times 2^{1.48} = 233.109$ y $q = 233.109 \times \sqrt{50 \times 10^{-3}} = 16.482 \text{ m}^3/\text{sg}$.

Cuestión 1.ª Suponiendo que el calado en la sección a es $y_0 = 6$ m., determinar y dibujar la línea de lámina libre.

El calado crítico es

$$y_m = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{27.69} = 3.03 \text{ m.}$$

Para $y_0 = 2 \text{ m} < y_m$, el régimen es de clase S.

Con $y_0 = 6 \text{ m} > y_m$, la curva es del tipo S_1 . Los límites de integración son: $y_1 = y_m = 3.03$ e $y_2 = 6$ m.

Exponente hidráulico.—Tomemos como valor medio $n = 3.4$:

$$y_0 \cdot s_0 = 2/50 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ m.}$$

La curva 1-β—Para una sección rectangular de gran ancho, el calado crítico es $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ (fig. 40).

Para los diferentes calados los valores de β y $1-\beta$ son

y	C	$y_0 \cdot s_0$	$\beta = y_c/y$	$1-\beta$
10.00	91.750	11.67	4.292	3.292
8.00	86.764	11.91	4.198	3.198
6.00	82.411	12.28	4.072	3.072
5.00	78.390	12.55	3.984	2.984
4.50	74.797	12.73	3.927	2.927
4.00	71.108	12.92	3.869	2.869
3.50	67.287	13.17	3.796	2.796
3.00	63.292	13.48	3.709	2.709
2.50	59.043	13.89	3.600	2.600
2.00	54.411	14.44	3.469	2.469
1.50	50.129	15.28	3.279	2.272
1.00	46.673	16.73	2.989	1.989

En la figura 102 se representa la curva 1-β.

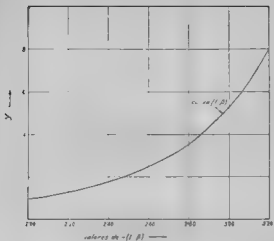


FIG. 102.

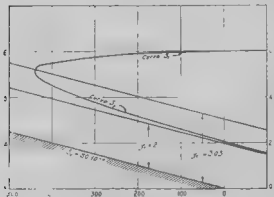


FIG. 103.—La curva superior.
La curva inferior.

Para $x_2 > x_{20}$, $1-\beta$ es negativa. Además, los valores de $1-\beta$ son importantes, por lo que habrá que tomar un valor medio, por separado, de $1-\beta$, en cada intervalo.

En la Tabla XVII se resumen los cálculos.

Los valores de $1-\beta$ (columna 6) se toman para cada calado de la curva t_{20} (col. 2). El valor de $1-\beta$ para un intervalo (col. 7) es la media aritmética de los valores adjuntos de la columna 6. En la columna 8, $\Delta H = \Delta y (1-\beta) \Delta B$. Las distancias parciales (col. 10) son $l = \Delta x_1 > 400$ m. Las distancias L se miden a partir de la sección a. La curva se representa en la figura 103.

Pregunta 2ª. La curva, conforme se ha trazado anteriormente, sobre el intervalo total de calados hasta y_{20} , es un perfil teórico. Generalmente, la curva S_1 es un tramo de rigidez gradualmente variado a continuación de un resalto (fig. 6). Suponiendo que se conoce el calado J_2 después del resalto, se puede determinar la posición de éste hallando la distancia L de A a la sección i con $y = d_2$.

TABLA XVII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
y	η	$\Delta \eta$	$\beta(\eta)$	$\Delta \beta(\eta)$	$(1-\beta)$	$\frac{1-\beta}{\text{media arit. de los } (1-\beta)}$	$\frac{1-\beta}{\Delta B}$	ΔH	l	L
6.00	3.00	0.10	0.030	0.001	1.07	1.00	0.0692	0.0908	30.32	0
5.8	2.90	0.10	0.031	0.006	3.05	1.04	0.1142	0.1878	32.72	30.32
5.40	2.73	0.17	0.032	0.008	3.02	3.06	0.1640	0.1760	30.40	104.04
5.00	2.50	0.23	0.037	0.01	2.98	2.96	0.0326	0.1674	60.96	179.44
4.60	2.30	0.20	0.035	0.015	2.94	2.91	0.0416	0.1564	62.56	240.00
4.20	2.10	0.20	0.071	0.035	2.49	2.85	0.0997	0.2093	0.12	304.12
3.60	1.80	0.30	0.174	0.066	2.81	2.76	0.1852	0.1278	51.12	389.68
3.00	1.50	0.30	0.174		2.71					440.32

Supongamos, en nuestro caso, que $d_2 = 5.20$ m. Para localizar el resalto, según la Tabla XVII, hay que hallar la distancia de la sección 5.20 a la sección 5.40 para la que $L = 104.04$ m. Empleando para dicho intervalo un valor medio de $(1-\beta) = 3.02$, tenemos:

Para $\gamma = 5,40$; $\gamma_{12} = 2,70$; $B(\gamma_{12}) = 0,039$

Para $\gamma = 1,20$; $\gamma_{11} = 2,60$; $B(\gamma_{11}) = 0,043$

$$\Delta\gamma = 0,11, \quad \Delta B = 0,004, \quad (1 - \beta)\Delta B = 0,0121$$

$$\Delta\Pi = \Delta\gamma - (1 - \beta)\Delta B = 0,11 - 0,0121 = 0,0879$$

$$L_1 = \frac{y_0}{\kappa_0} \Delta\Pi = 400 \times 0,0879 = 35,16 \text{ m.}$$

La distancia total al resalto desde la sección 6 es:

$$L_1 = 109,04 + 35,16 = 144,20 \text{ m.}$$

EJERCICIOS:

1.º En la figura 101 supongase un canal del tipo B (figura 15) con $s_0 = 40 \text{ }^{\circ}\text{ }_{00}$, $v_{01} = 0,50 \text{ m.}$; $y_0 = 3 \text{ m.}$

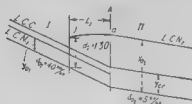


Fig. 104. a) Los cambios bruscos de pendiente en el fondo de un canal de una curva S_1 (Ejercicio 2.º del Ejemplo 13)

Empleense coeficientes de Bazin y $\pi = 3,70$. Determinese la lámina libre.

2.º Un canal (fig. 101), tipo B, $s_0 = 40 \text{ }^{\circ}\text{ }_{00}$, $s_{01} = 5 \text{ }^{\circ}\text{ }_{00}$, $Q = 10 \text{ m}^3/\text{sg.}$

Se sabe que con $s_0 = 40 \text{ }^{\circ}\text{ }_{00}$ en condiciones normales se produce el régimen rápido con formación de resalto, siendo el calado después del mismo $d_2 = 1,70 \text{ m.}$ Determinese la lámina libre empleando coeficientes de Bazin y $\pi = 3,70$.

Nota.—En este caso, cuando s_{01} es fuerte, s_{02} suave e $v_{01} > d_2$, la línea ja es una curva S_1 con $y_0 = y_{02}$.

40. LA CURVA S_2 .

EJEMPLO 14

La figura 105 *a*, representa la toma del canal estudiado en el Ejemplo 13 (fig. 101). Se produce una *depresión* sobre la sección *A*, con $y_a = y_{cr}$.

Cuestión 1.ª Suponiendo las mismas características que en el Ejemplo 13, determinar y dibujar la curva *a-b*.

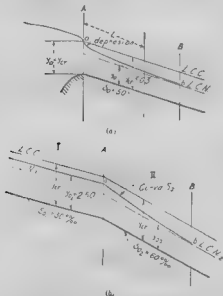


Fig. 108. *a*) Curva S_2 en canal con el calado y_{cr} (Ejemplo 14). *b*) Curva S_2 en canal con cambio brusco de pendiente (Ejemplo 14).

La curva en cuestión comienza para $y_a = 3,03$ m. y termina en el calado y_1 , que supondremos es $y_1 = 1,612$ m. Los valores de $1-\beta$ se toman de la figura 102. Los cálculos son análogos a los de la Tabla XVII. Emplearemos el exponente $n=3,4$.

La distancia L se mide en este caso hacia aguas abajo, tomando como perfil origen el A , con $y_a = y_n$. Se obtiene en la columna II de la Tabla XVIII sumando las longitudes parciales l (col. 10). En la figura 103 se dibuja la curva

EJERCICIO:

Un canal de tipo B (figs. 14 y 15) tiene una descarga unitaria de pendiente $i = 1/500$ que pasa de $y_1 = 261.80$ m a $y_2 = 61.80$ m, $v_{0.1} = 2.7$ m. Empleese el coeficiente de Bazin, $K = 47.0$. Determinar la curva de lámina libre.

Nota: El ejemplo se refiere al uso de un canal en que y_1 y y_2 son perfiles fuertes, siendo $y_1 < y_c$. La curva de transición, situada entre ambos, sobre el tramo inferior, es del tipo S_2 , comenzando en y_1 y terminando en y_2 y así sucesivamente en la siguiente manera.

TABLA XVIII

(I)	II	(3)	4	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
y	τ	$\Delta \tau$	H/r $a/3$	$\Delta h/\tau$	$1/2$ para calado	$1/2$ para terrallo	$1/2$ $\Delta \tau$	$\Delta \tau$	l	L
2.002	1.000	0.009	2.008	0.717	2.400	2.405	1.767	1.758	707.20	1.500
2.030	1.010	0.010	2.010	0.717	2.405	2.410	0.526	0.510	246.4	2.2
2.040	1.020	0.010	2.020	0.717	2.473	2.481	0.684	0.654	26.0	6.0
2.100	1.050	0.010	2.050	0.717	2.480	2.503	0.565	0.453	131.2	4.4
2.200	1.100	0.010	2.091	0.717	2.507	2.544	0.471	0.371	148.4	2.3
2.400	1.200	0.100	2.416	0.688	2.572	2.595	0.254	0.154	61.6	96
2.600	1.300	0.100	2.619	0.662	2.600	2.624	0.194	0.064	25.6	73
2.800	1.400	0.250	2.850	0.650	2.696	2.714	0.134	0.049	7.6	8
3.000	1.515	0.206	3.006	0.650	2.714	2.714	0.134	0.049	7.6	0

41. LA CURVA S_2 .

EJEMPLO 15

Supongamos que el canal de los Ejemplos 13 y 14 se alimenta por una compuerta, como se indica en la figura 100. La sección A es la vena contracta, con $y_a = 1.00$ m. La sección B , al final de la curva S_2 , tiene $\tau_a = 0.999$; $y_b = 1.999$ m.

Cuestión 1. Suponiendo las mismas características hidráulicas que en el Ejemplo 13, determinar y representar la curva $a-b$.

El intervalo de integración es de $y_a = 1,00$ m. a $y_b = 1,99$ metros.

El procedimiento es similar al seguido en las Tablas XVII y XVIII, tomando como valor de $n = 3,20$

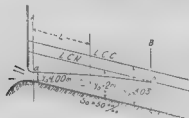


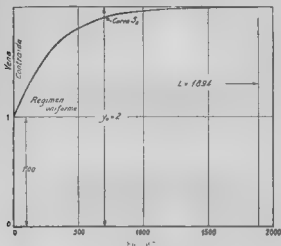
Fig. 106. Curva de salida de una corriente en desagüe en un río con fuerte pendiente

TABLA XIX

	(8)	(9)	(10)	(5)	(6)	(7)	(4)	(3)	(2)	(1)
y	η	$\Delta \eta$	$\pi \eta$	$\Delta \pi \eta$	\dots	$\frac{1}{\eta}$ para el integrar	$\frac{1-\eta^2}{\Delta \eta}$	$\Delta \eta$	\dots	\dots
1,998	0,999	0,009	2,661	0,723	2,451	2,457	1,776	1,767	706,8	1,894
1,990	0,990	0,020	1,940	0,349	2,454	2,446	0,929	0,909	353,6	1,892
1,940	0,970	0,030	1,560	0,192	2,439	2,427	0,475	0,448	179,2	824
1,880	0,940	0,040	1,361	0,174	2,416	2,421	0,421	0,381	152,4	645
1,800	0,900	0,050	1,189	0,146	2,386	2,367	0,345	0,295	118,0	492
1,700	0,850	0,055	1,147	0,109	2,343	2,327	0,254	0,204	81,6	74
1,600	0,800	0,100	0,934	0,168	2,110	2,237	0,779	0,279	111,6	291
1,400	0,700	0,102	0,766	0,135	2,215	2,158	0,291	0,191	76,4	181
1,200	0,600	0,100	0,631	0,177	2,102	2,045	0,362	0,262	104,8	115
1,000	0,500		0,514		1,959					0

Las distancias L se miden hacia aguas abajo, a partir de la vena contracta a .

La curva representada en figura 107 está referida a una línea



horizontal, para no deformar la representación, como resultaría en la escala adoptada.

EJERCICIO:

Supongamos digamos, que se invierte el orden de las

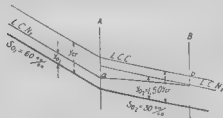


FIG. 108.—Formación de una curva S_0 en un canal con cambio brusco de pendiente (ejercicio del Ejemplo 15).

pendientes del canal de la figura 150, b ejercicio de cap. IV p. 141 y que $x_{20} = 1,7$ m. Determinar y representar la línea de lámina libre.

No hay. Aunque ambas pendientes siguen siendo fuertes, es, ahora, s_{01} mayor que s_{02} . La curva de laminación es una curva S_{21} , $a-b$, situada totalmente sobre el tramo inferior, siendo $s_{01} > s_{02}$.

42. OBSERVACIONES GENERALES. Visto lo que se acaba de exponer parece innegado hacer ciertas deducciones de carácter general, corroboradas con la influencia de los diferentes factores que intervienen en los cálculos.

Las Ecu. (8) y (9) que determinan la longitud de la curva para un determinado intervalo del calado, dan a la longitud como producto del factor $v_{21} v_{22}$ por el valor del corréntesis $(\Phi_2 - \Phi_1)$ o $(\Pi_2 - \Pi_1)$.

La igualdad de los constantes dados la longitud es, por tanto, proporcional a $v_{21} v_{22}$ es decir, a la longitud de una horizontal trazada por v_{21} que corta a la solución del canal.

Las curvas son más largas o más cortas en proporción directa al calado normal e inversa a la pendiente del fondo s_0 .

Considerado $v_{21} v_{22}$ como constante, la longitud de las curvas depende de $\Delta\Phi$ o $\Delta\Pi$, que para un cierto intervalo de Δx dependen del exponente n . En términos generales, la forma, dimensiones y rugosidad de las paredes se reflejan a través de n exponente n de alto. En general, a mayor exponente menor longitud de curva. Esto se comprueba examinando las tablas y comparando los valores de los incrementos $\Delta\Phi$ o $\Delta\Pi$ correspondientes a un mismo intervalo Δx , para valores distintos de n (lámina VI). Se ve que estos incrementos decrecen al aumentar n .

Precisión de los cálculos. Las curvas $\Delta\Phi$ y $\Delta\Pi$ dibujadas en la lámina VI son útiles para dar una idea de la magnitud de los errores cometidos al hacer determinadas hipótesis o al tomar un valor aproximado del exponente hidráulico.

Cuando es pequeña la pendiente de las curvas, una variación de exponente en 0,1, que es la mitad del intervalo de la escala horizontal, produce un efecto máximo sobre el valor de $\Delta\Phi$ y $\Delta\Pi$ no superior al 3 o 4 por 100, y esto se

amente en la región próxima a $x = 1$ y para exponentes próximos a $\pi/3$. Esto justifica la práctica conveniente de adoptar un valor medio de n para un intervalo de caudales, sin precisarse una mayor subdivisión. La forma de las curvas, de débil curvatura, justifica la validez, en la práctica, de la interpolación lineal. En otros términos: en la mayoría de los casos no se precisa recurrir a métodos más prolijos de interpolación gráfica o analítica.

Influencia de los regimenes.—Mayor es la influencia del régimen en la totalidad de los casos pertenecientes al régimen variable. La premisa básica de que las resistencias pasivas correspondientes a un régimen variable son idénticas a las del régimen

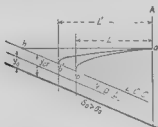


FIG. 109

uniforme del mismo caudal es una aproximación, singularmente incorrecta, en aquellos casos especiales de movimiento retardado en que la conversión de la energía cinética juega un papel decisivo. Analíticamente, una corrección del factor de resistencias C implica un cambio de coeficiente

K , así como $\alpha = \frac{1}{C^2} = \frac{K}{b}$, por tanto, de $1 - \beta$. Los va-

lores de $1 - \beta$ influyen particularmente en el caso $s_0 > \tau$. Por este motivo las curvas S_1 , S_2 y M_3 , que hasta ahora hemos calculado sin particular atención especial en las mayores pérdidas en régimen divergente, deben considerarse como las menos aproximadas.

No obstante, aun con tales limitaciones, los resultados

Las medidas de estudio de las curvas de lamina libre son muy útiles. Por ejemplo, suponiendo en la figura 109 que $a-b$ es una curva S_1 , calculada en el artículo 19, una eventual corrección por aumento de resistencias daría lugar a una curva más larga, tal como la $a-b'$. Pero la curva, siempre, será convexa y estará situada, por tanto, por debajo de $a-b$ y $a-b'$ y $a-b$ marcan, por consiguiente, los límites entre los que ha de encontrarse la curva.

Además, en la figura 110, suponiendo que $a-c$ y $a-b$ son curvas M_2 y S_2 , respectivamente, determinadas conforme se ha indicado en los artículos 28 y 11, si las resistencias fueran mayores, la cantidad primitiva de energía almacenada en el agua, en la misma longitud, en a sería mayor.

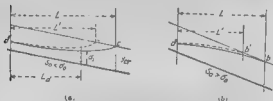


FIG. 110.

más rápidamente. Las curvas, por tanto, serían más cortas, es decir, se trasladarían en $a-c'$ y $a-b$. Las curvas $a-c$ y $a-b$ representan curvas de la máxima longitud posible.

Supongamos, por ejemplo, que hubiera un resalto en la sección a_1 , y que la zona anterior al resalto estuviera protegida contra la erosión. La longitud L_1 , determinada según se ha expuesto en la Cuestión 2ª del Ejemplo 1º, o sea, con un margen de seguridad, la zona en que puede producirse el resalto.

En el caso de curvas descendentes, donde la energía potencial se transforma en cinética, la precisión es más satisfactoria. Sin embargo, aquí como en todo, no debe olvidarse el grado de aproximación inherente a los cálculos del momento ante la presencia, en este caso, de inciertos coefi-

cientes de rozamiento y otras circunstancias complicadas que originan el movimiento de los fluidos en las estructuras actuales.

Efecto de curvatura en las proximidades de v_m . En el artículo lo se ha recalcado que las ecuaciones del régimen variado solamente son aplicables cuando se cumplen las condiciones de Belanger de movimiento paralelo. Esas condiciones, estrictamente, no se cumplen en las proximidades de v_m , donde la curvatura es pronunciada. Por tanto, las curvas obtenidas en los párrafos precedentes carecen de precisión en dicha zona. Pero, siendo así, puede observarse, por ejemplo en la figura 15, que aun habiéndose exagerado el aspecto de la escala de verticales, la curvatura se hace realmente pronunciada solamente en las inmediaciones de v_m . Por tanto, la inexactitud por dicho motivo se limita solamente a un corto tramo que, en general, representa una insignificante fracción de la longitud total de la curva.

Teniendo esto presente podemos continuar aplicando las ecuaciones al intervalo total de calados, lo que proporciona una visión clara del movimiento y a merced ofrece, en el punto de calado v_m , una sección conveniente para origen de distancias.

CAPÍTULO X

CAVALES CON SOLERA HORIZONTAL.

43. ECUACIÓN DEL RÉGIMEN. En un canal con solera horizontal (con $s = 0$ fig. 111), el talud normal es infinito y_c , por tanto, no puede expresarse y_c como parámetro. Puede, sin embargo, hallarse una solución sencilla, retirando el

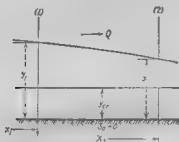


FIG. 111 Régimen en un canal con solera horizontal

máximo no al calado crítico. En efecto, en la Ec. (7), haciendo $s_0 = 0$ y teniendo en cuenta la [20], se tiene

$$x = \frac{dy}{dr} = \frac{Q^3}{K^3} - \frac{Q^3}{g} \frac{b}{a^3} \frac{dy}{dx} \quad [93]$$

Sustituyendo

$$Q^3 = K^3 z_{cr}$$

donde z_{cr} es la pendiente crítica para el calado crítico, que por definición (art. 19) hace uniforme el régimen de Q con y_{cr} y la Ec. [42]

$$a^3 b = 3M^2 y) - z_{cr} K^3 g,$$

se tiene la Ec. [93] en la forma

$$\frac{dy}{dx} \left(1 - \frac{K^2}{K^2} \frac{z_{cr}}{z} \right) = z_{cr} \frac{K^2}{K^2} \quad [94]$$

Multiplicando por K^2/K^2 y separando variables

$$dx = z_{cr} \cdot dy \left(\frac{z_{cr}}{z} - \frac{K^2}{K^2} \right) \quad [95]$$

Introduciendo el exponente hidráulico

$$(K/K_{cr})^2 = (y/y_{cr})^n \quad [96]$$

y designando por

$$\frac{z_{cr}}{z} = \xi \quad [97]$$

la Ec. [95] toma la forma:

$$dx \cdot z_{cr} = [z - (y/y_{cr})^n] dy \quad [98]$$

designando, como en la Ec. [89],

$$y/y_{cr} = \tau; \quad dy = y_{cr} d\tau \quad [99]$$

se obtiene, separando variables:

$$dx = \frac{y_{cr}}{z} [\xi \cdot d\tau - \tau^n d\tau] \quad [100]$$

Aplicada a un intervalo de calados entre v_1 y v_2 (Fig. 11), que corresponden a $\tau_1 = v_1/y_{cr}$ y $\tau_2 = v_2/y_{cr}$ y suponiendo que τ_{12} es un valor medio de τ en el intervalo, de forma $v_1 < \tau_{12} < v_2$, la longitud del arco respectivo será

$$l_{12} = r_2 - r_1 = \frac{y_{cr}}{z_1} \left[\xi_1 \tau_1 (\tau_2 - \tau_1) - \frac{\tau_2^{n+1} - \tau_1^{n+1}}{n+1} \right] \quad [101]$$

Designando

$$\left(\xi \cdot \tau - \frac{\tau^{n+1}}{n+1} \right) = T(\tau) \quad [102]$$

la Ec. [101] toma la forma:

$$l_{12} = r_2 - r_1 = \frac{y_{cr}}{z_1} [T(\tau_2) - T(\tau_1)] \quad [103]$$

Las Ecs. [101] a [103] juegan, en canales de solera horizontal, un papel análogo al de las Ecs. [84] a [86] en el caso general del régimen variado, solamente que, en lugar de manejar el parámetro y_0 se refiere el movimiento al estado crítico. En particular, β , tal como se ha definido en la Ec. [97], es la relación de parámetro x_0 a la variable x y reemplaza a β ; x reemplaza a x_1 , x_2 y x_3 , sus dx a $y_0 dx$. La integración, por otra parte, es una simplificación, sin que se precisen tablas, pudiendo hacerse los cálculos con ayuda de los logaritmos.

EJEMPLO 16

Un canal, como el B (Fig. 11a), de 761 m de longitud de solera horizontal, comunica dos embalses (A y B, Fig. 112).

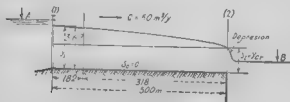


FIG. 112.—Esquema del canal del Ejemplo 16

Lacción 1^a. Supóngase que cuando el nivel en B es mínimo fluyen por el canal $99 \text{ m}^3/\text{sg}$, con formación de depresión hidráulica en la sección 2, determinar la curva de lámina libre. Empleense los coeficientes de Bazin.

En estado crítico: $3M$, $Q \sqrt{g} = 341 \sqrt{9.81} = 15,95$, al cual corresponde $y_1 = y_2 = 2.635 \text{ m}$. Por la Tabla V, $\sigma_{cr} = 26.9 \text{ seg}^2/\text{m}$. El exponente hidráulico para el intervalo de 2.635 a 4 m,

$$n = 2 \frac{\text{Log} \frac{2370}{0.79}}{\text{Log} \frac{4}{2.635}} = 4.2$$

Los valores de δ , τ_2 y para diferentes calados V , Tabla V y fig. 15)

$y =$	2,635	2,8	3,0	3,5	4,0
$\tau =$	26,9	26,75	26,56	26,17	25,80
$\delta =$	1	1,005	1,01	1,03	1,04

$$V_{cr} = 2,635 \text{ a } 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ a } 980 \text{ m}$$

Siguiendo el procedimiento corriente subdividiremos el intervalo de integración. La Ec. [101] aplicada a un intervalo da:

$$L_{\Delta} = 980 \left[\delta \tau_2 - \tau_1 - \frac{\tau_2^{5,2} - \tau_1^{5,2}}{5,2} \right] = 980 \left[\delta \Delta \tau + \Delta \frac{\tau^{5,2}}{5,2} \right]$$

Los valores de $\tau^{5,2}/5,2$ se calculan por logaritmos, resolviéndose el proceso en la

TABLA XX

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
y	τ	δ	$\Delta \tau$	$\tau \Delta$	$\frac{\tau^{5,2}}{5,2}$	$\Delta \frac{\tau^{5,2}}{5,2}$	L_{Δ}	τ	L
2,635	1,00	1,00			0,192				0,00
			0,06	0,0600		0,009	0,009	8,82	
2,80	1,06	1,01			0,261				8,82
			0,08	0,081		0,119	0,018	37,24	
3,00	1,14	1,04			0,380				46,06
			0,19	0,194		0,470	0,275	272,28	
3,50	1,33	1,03			0,850				318,34
			0,19	0,197		0,845	0,648	635,04	
4,00	1,52	1,04			1,690				953,38

Los distancias que figuran en la última columna vienen medidas desde la sección 2. En la figura 113 se representa la curva.

Cuestión 2.ª. Detenemos el calado en la sección inmediata a la compuerta de la figura 112, a 500 m. de distancia

La sección 2. La amplitud del arco entre la sección 3,50 y (1) es

$$500 - 318 = 182 \text{ m.}$$

De donde

$$182 = 960 [T(3,50) - T(y_1)]$$

Por la Tabla XX,

$$T(3,50) = 2 \tau \frac{r}{5,2} = 1,03 \cdot 1,33 = 1,350 = 0,520$$

La cuestión se resuelve hallando el valor de τ que satisfaga:

$$T(y_1) = T(3,50) - \frac{182}{960} = 0,520 - 0,185 = 0,335$$

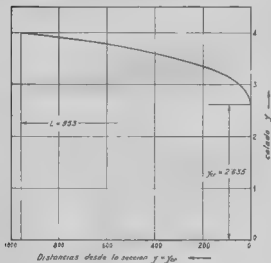


FIG. 113

La solución de la ecuación

$$T(\tau) = 1,03\tau - \frac{\tau^2}{5,2} = 0,335$$

se obtiene por tanteos:

τ	$1,03\tau$	$\tau^2/5,2$	T
1,30	1,431	1,066	0,365
1,40	1,442	1,110	0,332

$$\tau = 1,40, \text{ d} \quad \text{donde } x_1 = 1,40 \times 2,635 = 3,69 \text{ m}$$

EJERCICIO:

Suponiendo un canal, tipo D, con solera horizontal de 1,300 m, de longitud, determinar la lamina libre correspondiente a un caudal de 670 m³/sg. Empleese el coeficiente $\alpha = G/K$ para $\chi_0 = 0,0001$ con $n = 0,025$. Exponente hidraulico, $m = 3,8$.

PARTE II

APLICACIONES PRACTICAS

Las met. los. expuestas en la parte I se aplican a diferentes casos prácticos de ingeniería hidráulica y problemas relacionados con el diseño de obras de riego y de protección contra inundaciones. En los casos del régimen unistruvo es más le uado y puede aplicarse a los casos de las inestabilidades e irregulaciones. Adicionalmente, cuando el efecto se ha e considerando el régimen variado se podrá llegar al con. cuen. más acertado del funcionamiento real del canal, especialmente cuando el caudal o los niveles en sus extremos sujan variaciones con relación a los supuestos en la calcul. teórica o cuando los coeficientes de rozamiento no corresponden a los admitidos.

Los capítulos XI y XII se refieren en particular a canales de pendiente suave ($\alpha_0 < \alpha_c$). Los canales de pendiente fuerte se tratan por separado en el capítulo XI. El último capítulo se dedica a las cur. ac. de reman. o en corrientes naturales.

Se sup. re en lo que se que sus. cientemente familiarizado al lector con los conceptos básicos y métodos elementales desarrollados en la primera parte de este libro.

CAPITULO XI

GASTO DE UN CANAL

44. DEFINICIONES EJEMPLOS. Un canal de una sección de forma dada tiene una pendiente s_0 (fig. 114) en una

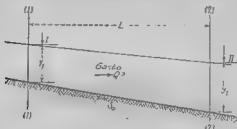


Fig. 114.—Ejemplo de la pendiente del canal. Los caudales Q_1 y Q_2 en las secciones I y II son iguales.

longitud L comprendida entre las secciones I y II . Los caudales Q_1 y Q_2 en las diferentes secciones varían, tal como se

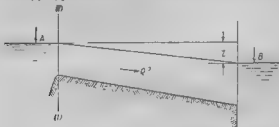


Fig. 115.—Variación del gasto Q en un canal que comienza con un depósito A y termina con un depósito B.

una estriba en determinar el caudal que puede conducir el

caudal para cada caso, en particular de los caudales Q_1 e Q_2 .

En la figura 115 un canal pone en comunicación los depósitos A y B , de nivel variable, y se pide el caudal que circula de depósito A a B bajo diferentes tipos de niveles. Otro ejemplo es el de la figura 116, es un depósito de regulación situado entre dos canales, uno de los cuales le aporta caudales y el otro los lleva al lugar de destino.

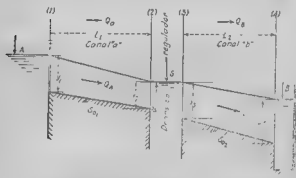


FIG. 116. Variación del gasto en un sistema con un depósito regulador intercalado entre dos canales.

ción B . Según los estados de niveles, la diferencia entre Q_2 y Q_1 indicará acumulación o débito.

Pero estos son ejemplos para ilustrar la naturaleza de los problemas. En realidad, cualquier canal que ha de llevar caudales sometidos a fluctuaciones o cuyos niveles en los extremos son variables, está sometido a condiciones de régimen variado, y prácticamente, en tales casos, conociendo el gasto del canal bajo las diferentes combinaciones posibles de niveles, se pueden resolver las cuestiones relativas al funcionamiento de tales canales. El problema del gasto es, por tanto, básicamente análogo al del caudal en el caso del movimiento uniforme y juega el mismo papel en cálculos relativos al régimen variado.

45. CASO DE y_1 CONSTANTE. —Es el caso más sencillo, cuando el nivel en uno de los extremos del canal no varía. Por ejemplo, en la figura 117 I se supone que el calado y_1 permanece constante, mientras que y_2 , determinado por el nivel h_2 , varía. La curva de gasto $Q = Q(y_2)$ tiene la forma representada en la figura 117 II. Sus dos puntos característicos de la misma:

1. *Punto O*: La línea ab es a la altura de nivel: $y_2 = y_1 + s_0 L$, el gasto es, evidentemente, $Q = 0$.

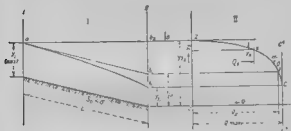


Fig. 117. Curva de gasto $Q = Q(y_2)$ en el caso de y_1 constante

2.° *Punto O*: La línea ab es paralela al fondo, $y_2 = y_1$, siendo el régimen uniforme, con $Q_0 = K_0 s_0' / s_0$, donde K_0 es el coeficiente de gasto para el calado y_1 .

3.° *Punto C*: Corresponde al máximo gasto posible Q_{max} . El calado y_{2c} es el crítico, relacionado con el máximo gasto por la expresión $Q_{max}^2 g = g^2 y_{2c}^3$. La curva ab es la lamina libre mas baja, del tipo M_2 , compatible con el calado y_1 . Un descenso mayor del nivel B por debajo de $y_2 = y_1$, no afectaría al régimen en el canal ni, por tanto, incrementaría el gasto. El calado en el extremo del canal permanecería igual a y_{1c} , formándose, al desaguar en B , una depresión hidráulica.

Los puntos intermedios relativos al tramo $2-0$ de la curva de gasto corresponden a una curva ascendente del tipo M_1 , con caudales $Q < Q_0$. Para determinar dicha curva se sigue el procedimiento del Ejemplo 9, artículo 36. Para

un valor escogido Q hay que determinar y_{02} (1). Con x_{12} , y_1 , y_{02} en la sección 1 se determina $x_{22} = y_2$ (y_{02}), por tanto, y_2 mediante la Ec. [91].

$$\Phi(x_{22}) = \frac{Lx_0}{y_0} + \Phi(x_{11}) \quad [104]$$

Los puntos entre O y C corresponden a una curva descendente del tipo M_1 con $Q < Q_0$. El método a seguir es el del ejemplo 11, artículo 7, sumando, en general, el segundo en la zona 2 , es decir, que en lugar de la Ec. [104] hay que emplear la [86],

$$\text{II } x_{12} = \frac{Lx_0}{y_0} \quad \text{II } x_{02} \quad \left\{ \quad [105]$$

donde

$$\text{II } x_2 = x_1 - (1 - \beta) B(x_1)$$

las cuales tienen en cuenta la variación de la energía cinética en el movimiento acelerado.

En la mayoría de los casos prácticos, excepto si el canal es muy corto o la pendiente del fondo excepcionalmente débil, se obtiene que, a partir de una curva de gasto (Figura 117 II), entre el caudal normal Q_0 y Q_{max} es muy pequeña, de forma que Q_{max} excede a Q_0 en una diferencia muy pequeña. Puede aceptarse como regla práctica, sancionada por la experiencia acumulada, que en la mayoría de los casos usuales el caudal Q_0 correspondiente al movimiento uniforme es muy próximo al máximo caudal posible. Por consiguiente, al bajar, por ejemplo, el nivel B en el extremo inferior del canal para incrementar la pendiente superficial no se obtiene un aumento apreciable del gasto, debiendo, por tanto, descartarse este método de extraer un caudal adicional.

La razón estriba en el hecho de que la curva M_2 es rela-

(1) El calado x_{02} puede determinarse ya mediante $K_{02} = Q_2/\sqrt{x_{02}}$ con la curva K fija, ya tomándolo directamente de una curva de caudales normales (art. 9), que siempre son de gran utilidad en este tipo de problemas.

tivamente corta. En la figura 118 se representa el caso en que la longitud total de la curva db , entre el calado crítico y el calado $v_2 = 0,99$ v_1 es menor que la longitud L del canal. En tal caso, que ocurre muy frecuentemente, el descenso del nivel B por debajo de b_0 ($y_2 \neq y_1$) nunca se propaga por encima de d y, por tanto, no afecta al régimen del tramo superior del canal. El caudal normal Q_n es en este caso

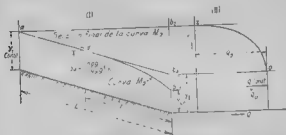


FIG. 118. Caso en que la longitud total de la curva de depresión M_2

el máximo. La fluctuación del nivel B por debajo de b_0 no influye en absoluto en el gasto. La curva $(Q \sim y_2)$ tiene en este caso la forma representada en la figura 118 II.

EJEMPLO 17

Supongamos un canal de tipo 1 (lámina III) con una longitud de 4 Km, y que v_1 se mantiene constante e igual a 2 m. (fig. 114), $s_0 = 1 \text{‰}$, el desnivel total del fondo del canal es $Ls_0 = 1,20$ m.

Cuestión 1.ª Suponiendo que v_2 varía, determinar el gasto Q en función de y_2 .

Parte c-o de la curva (fig. 117), correspondiente a una curva ascendente ab (fig. 119) del tipo M_1 :

1.ª Caudal c-o: $Q \sim y_2$, $y_2 = 2 - 1,20 = 3,20$ m.

2.ª Movimiento uniforme: $y_2 = y_1 = 2$ m., $K_2 = 2366$ (véase lámina III):

$$Q_n = 2366 \times \sqrt{4 \times 10^{-3}} = 47,32 \text{ m}^3/\text{sg}$$

3. Para s intermedias entre O y Z con $y_2 > \frac{2}{3} y_0$ y $Q < Q_0 = 47,92 \text{ m}^3/\text{sg}$. Para distintos valores de y_0 podemos determinar el caudal y el correspondiente valor de y_2 y, por consiguiente, la relación entre el caudal y y_2 del siguiente modo:

Por ejemplo, para $y_0 = 1 \text{ m}$, el coeficiente de gasto es

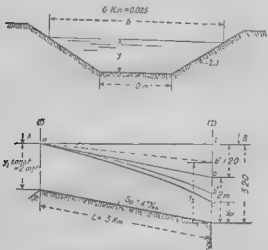


FIG. 119.—Esquema del canal del ejemplo 117

(lámina III) $K_s = 715$, de donde $Q = 715 \cdot \sqrt[3]{1} \cdot 1.0^2 = 14,30$ metros³/sg.

Con un exponente hidráulico $n = 3.6$ se tiene, en la sección 1:

$$y_1 = y, y_2 = \frac{2}{3} y_1 = 2,00$$

y por las tablas $\phi(2,00) = 1,934$. Para

$$s_0 I, y_0 = 1,90/1 = 1,20$$

se tiene (Ec. [104]):

$$\Phi(\eta_2) = 1,20 \quad 1,934 = 3,134$$

Para determinar η_2 procedemos por interpolación rectilínea, obteniendo $\eta_2 = 1,154$; de donde

$$y_2 = \eta_2 y_1 = 3,154 \times 1 = 3,154 \text{ m.}$$

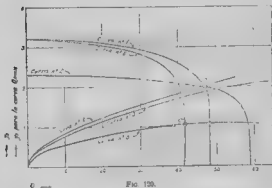


FIG. 120.

Los cálculos correspondientes a otros puntos de la curva se resumen en la Tabla XXI.

TABLA XXI

y_1	K_1	Q_1	η_1	$\Phi(\eta_1)$	L_0/y_1	$\Phi(\eta_2)$	η_2	y_2
2,00	2 366	47,32	Movimiento uniforme					2,000
1,75	1 900	38,00	1,14	0,740	0,886	1,426	1,559	2,728
1,50	1 434	28,68	1,33	1,211	0,800	1,911	1,978	2,967
1,25	1 074	21,45	1,60	1,477	0,960	2,437	2,474	3,092
1,00	715	14,30	2,00	1,934	1,200	3,134	3,154	3,154
0,75	439	8,78	2,66	2,635	1,600	4,295	4,244	3,183
0,50	217	4,34	4,00	3,900	2,400	6,390	6,393	3,195
0			— Línea de nivel —					3,200

En la figura 120 se representa la función $Q=f(y_2)$.

Zona de la curva *a-c*, correspondiente a la curva descendente *ab''* de la figura 11^o, de tipo M_2 .

Para esta zona

$$y_1 < y_0 = 2 \text{ m} \quad ; \quad Q > Q_0 = 47,31 \text{ m}^3/\text{sg.}$$

$$y_1 > y_{\text{cr}} = y_{\text{cr}} \quad ; \quad Q < Q_{\text{max}}$$

Caudal máximo — Hay que determinar en primer lugar el valor límite de Q_{max} y el respectivo y_{cr} . El calado y_{cr} es el calado crítico correspondiente a Q_0 . En otros términos

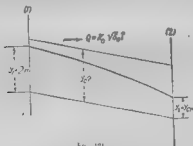


FIG. 121

Los: Q_{max} es el caudal que en una curva M_2 con $y_2 = y_{\text{cr}}$ hace y_1 en la sección (1) igual a 2 m. Para hallar Q_{max} se toma una serie de valores de Q partiendo de $Q_0 = 47,32$ metros³/seg., y haciendo en cada caso $y_2 = y_{\text{cr}}$ se determina el correspondiente y_1 .

La caudal que hace $y_1 = 2$ m es Q_{max} (fig. 121). Para el cálculo se sigue, en general, el método expuesto en el ejemplo 11. Los caudales Q elegidos se definen por sus calados normales. En la tabla XXII se resumen los elementos hidráulicos precisos para el cálculo.

TABLA XXII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
y_0	K_0	$Q = K_0 \sqrt{S_0}$	$K_{\text{cr}} = Q / \sqrt{y_0}$	y_{cr}
1.80	1.993	39,86	12,72	1,03
2.00	2.366	47,32	15,10	1.19
2.10	2.601	52.02	16,61	1,26
2.20	2.836	56,72	18,11	1,33

Los valores de \mathfrak{M}_0 de la columna 2) se han obtenido de la tabla III por interpolación. Los valores de $\mathfrak{M}(t)$ (col. 4) corresponden al régimen crítico para los caudales de la columna 1). Los calados críticos (col. 6) corresponden a la función $\mathfrak{M} = \sigma y_0 B$ de la tabla III.

Los valores de $1 - \beta$ en el intervalo de calados $y_0 - y_c$ son:

$$y = 2 \text{ m} : \sigma = 21,22 \times 10^{-4}; \beta = s_0 \sigma = 4 \cdot 21,22 = 1,168; 1 - \beta = 0,832$$

$$y = 1,20 : \sigma = 23,05 \times 10^{-4}, \beta = s_0 \sigma = 4 \cdot 23,05 = 0,173; 1 - \beta = 0,827$$

Puede emplearse el valor medio $1 - \beta = 0,820$.

Para la sección 2 se tiene $\tau_2 = 1,2/2,1 = 0,600$, con $n = 0,017$, $B(\tau_2) = 0,23$, $0,820 \cdot 0,23 = 0,188$, $\Pi(\tau_2) = 0,600 - 0,188 = 0,412$.

$$Ls_0/y_0 = 1,20/2,10 = 0,571$$

$$\Pi(\tau_1) = 1 - \tau_1 = \frac{Ls_0}{y_0} = 0,571 = 0,571 \pm 0,482.$$

Para facilitar la obtención de τ_1 se puede dibujar la curva $\Pi(\tau_1) = 1 - \tau_1 = 0,820 B(\tau_1)$, de acuerdo con la siguiente tabla auxiliar:

τ	$B(\tau)$ para $n = 0,017$	$0,820 B(\tau)$	$\Pi(\tau) = 1 - 0,820 B(\tau)$
0,955	1,385	1,136	0,181
0,960	1,417	1,162	0,202
0,965	1,459	1,196	0,231
0,970	1,501	1,231	0,261
0,975	1,554	1,274	0,299
0,980	1,617	1,326	0,346
0,985	1,699	1,393	0,402
0,990	1,814	1,487	0,497
0,995	2,008	1,646	0,651

Para $\tau_0 = 2,10$ el valor de τ_1 correspondiente a $\Pi(\tau_1) = 0,482$ es $\tau_1 = 0,981$.

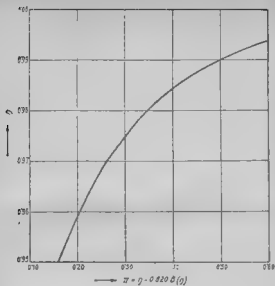


FIG. 122.

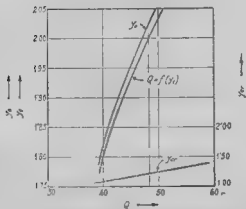


FIG. 123. Curvas auxiliares para la determinación del caudal máximo en el esquema de canal de la figura 119.

En la Tabla XXIII se condensa el cálculo de otros puntos.

TABLA XXIII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
y_1	V	$y_1 - y_2$	x	τ_1	$B(\tau_1)$	$0.980 \frac{B(\tau_1)}{B(\tau_2)}$	$\Pi(\tau_1)$	Ls_1/y_1	Π	y_2
1.80	39.65	1.05	0.84	0.604	0.495	0.080	0.666	0.577	0.003	1.787
2.00	47.32	1.19	0.905	0.617	0.536	0.089	0.600	0.511	0.990	1.990
2.10	52.02	1.26	0.930	0.631	0.551	0.089	0.571	0.482	0.969	2.077
2.20	56.72	1.33	0.955	0.649	0.576	0.086	0.545	0.456	0.985	2.174

En la figura 124 se representan en V y x las curvas correspondientes a los valores de Q , v_1 e $v_{cr} - v_1$ de las unidades 2 y 11).

El caudal correspondiente a $x = 2$ m. se obtiene Q_m .

48,20 m³/sg. con $v_2 = v_{cr} = 1.574$ m.

Puntos intermedios entre Q_m y Q_{mcr} . Puestos que Q_m

48,21 m³/sg. es muy próxima a $Q_m = 47.32$ (una diferencia de un 2 por 100), hay poco espacio para situar puntos adicionales. No obstante, puede determinarse algún punto más, por ejemplo, el correspondiente a $v_2 = 2.015$ m. (en $Q = 48$ metros³/sg.).

Para este punto los elementos en la sección 1 son:

$$\tau_1 = 2.2015 = 0.993; B(\tau_1) = 1.936; \Pi(\tau_1) = -0.589;$$

$$Ls_1/y_1 = 1.2/2.015 = 0.595$$

y, por consiguiente:

$$\Pi(\tau_2) = 0.595 + (-0.589) = 0.006.$$

Esta ecuación se verifica para $\tau_2 = 0.869$ como se ve en la siguiente tabla auxiliar:

τ	$B(\tau)$	$0.980 B(\tau)$	$\Pi(\tau)$
0.86	1.031	0.846	0.014
0.87	1.055	0.865	0.006

y, por tanto, $y_2 = 0.869 \times 2.015 = 1.750$

Situando este punto a el Q_{max} en la figura 120 se tiene totalmente definida la curva (1) $Q = f(y_2)$.

46. CANALES LARGOS Y CORTOS. EFECTO DE LA PENDIENTE DEL FONDO.—La curva de gasto tal como se ha calculado, representada en la figura 120 (curva 1), es típica en canales de longitud media. El caudal máximo es ligeramente mayor que Q_0 , por otra parte, dentro del intervalo total 0.05 de la curva de remanso, las fluctuaciones de y_2 ejercen una marcada influencia sobre el caudal.

Cuando la longitud de canal aumenta, Q_{max} y Q_0 se aproximan más y más, hasta que, finalmente, como en la

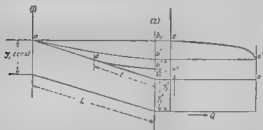


FIG. 124.—Curva de gasto en un canal muy largo.

figura 118, acontece. Al seguir aumentando la longitud del canal, L puede ser tan mayor que la longitud l de la curva de remanso correspondiente al calado y_2 . La consecuencia

es que en a se comienza a ser afectado por las variaciones del nivel B siempre y cuando el calado y_2 alcance y sobrepase a un cierto calado y'_2 que hace que la curva $b'a$ tenga la misma longitud del canal. Naturalmente, para todo calado $y_2 < y'_2$ el gasto permanece constante e igual a Q_0 . La parte correspondiente de la curva $Q = f(y_2)$ (fig. 124) es una línea vertical aa' . Para determinar y_2 se hace y_1 en la sección 1 igual a 1.01 ó $1.001 y_0$ y se calcula el nivel correspondiente en la sección 2.

En canales cortos, es evidente que cuanto menor es la longitud L mayor será el exceso de Q_{max} sobre Q_0 . En el ejemplo siguiente, que se refiere a un canal idéntico en sec-

ción al del fig. 17, pero mas corto, se hace patente la diferencia a medida de la curva de gasto.

EJEMPLO 18

Determinar $Q = i y_{2,1}$ para el canal del Ejemplo 17 con una longitud $L = 800$ m. (fig. 125).

$$Ls_2 = 800 \times 4 \times 10^{-4} = 0,32 \text{ m.}$$

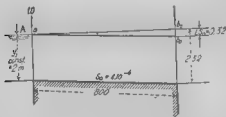


FIG. 125.—Esquema del canal del Ejemplo 18

por tanto, $y_{2,1}$ correspondiente al caudal $Q = q$, vale

$$y_{2,1} = 2 + 0,32 = 2,32 \text{ m.}$$

En la Tabla XXIV se especifican los elementos de la porción 0-2 de la curva. Las tres primeras columnas de dicha tabla son idénticas a las de la XXI.

TABLA XXIV

y_0	y_1	$\Phi(x_1)$	$Ls_1 y_1$	$\Phi(x_2)$	x	y_2
2,00	47,32	Movimiento uniforme				2,00
1,75	38,00	0,740	0,183	0,923	1,221	2,137
1,50	28,68	1,111	0,213	1,324	1,480	2,220
1,25	21,48	1,477	0,256	1,733	1,819	2,273
1,00	14,30	1,934	0,320	2,254	2,300	2,300
0,75	8,78	2,635	0,427	3,062	3,063	2,312
0,50	4,34	3,990	0,640	4,670	4,637	2,318
0		Línea de nivel				2,320

Para $\beta = 0.820$, el valor de η que corresponde a las curvas de depresión η_2 , supondremos que el valor medio de $1 - \beta$ es 0.820. En la Tabla XXV se resumen los cálculos hechos, de acuerdo con la fórmula

$$\Pi(\tau_2) = \frac{L_{y_2}}{y_2} = \Pi(\tau_1)$$

TABLA XXV

y_1	x	τ_1	$\beta \tau_1$	$\frac{0.820}{\beta \tau_1}$	$\Pi(\tau_1)$	L_{y_1}	$1 - \beta$	τ_2	y_2
2.00	47.52	Movimiento uniforme							2.30
2.10	52.02	0.953	1.371	1.124	0.171	0.162	-0.019	0.890	1.57
2.20	56.72	0.910	1.173	0.962	-0.052	0.145	+0.093	0.888	1.50
2.32	62.92	0.862	1.036	0.849	-0.013	0.138	+0.161		

En la última fila no se hace el cálculo de τ_2 e y_2 por no existir valores en las tablas que satisfagan la relación $\Pi(\tau) = \tau - 0.820/\beta \tau = 0.171$, ya que el mayor valor positivo que puede alcanzar $\Pi(\tau)$ es 0.069. La explicación es: está en que la curva de depresión que correspondiera a $y_0 = 2.32$ m y $Q = 0.232$ m³ s⁻¹, es más corta que la longitud del canal. En otros términos, el caudal $Q = 0.232$ m³ s⁻¹ es superior a $Q_{\text{máx}}$.

Para hallar el valor del caudal máximo, que evidentemente se encuentra entre 0.2172 y 0.2302 m³ s⁻¹, puede aplicarse el procedimiento del párrafo precedente.

TABLA XXVI

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
y_1	x	$\mathfrak{M}_1 = \frac{y_1^3}{x^2}$	y_0	$\tau_0 = \frac{y_0}{y_1 - y_0}$	$\beta \tau_0$	$\frac{0.820}{\beta \tau_0}$	$\Pi(\tau_0)$	L_{y_0}	$1 - \beta$	τ_1	y_1
2.20	56.72	18.1	1.336	0.61				0.145	-0.056	0.912	2.006
2.26	59.82	19.	1.385	0.61	0.635	0.521	0.089	0.141	-0.052	0.910	2.036
2.32	62.92	20.1	1.430	0.61				0.136	-0.049	0.908	2.106

Los valores de y_0 de la columna 4 se han tomado de la curva $\mathfrak{M}(y)$ de la lamina III. Es característica de esta si-

función la densidad del valor numérico de $\Pi(x_0)$ $\Pi(\eta_0)$ para todos los calados críticos, que, con la Tabla XXVI con $\alpha = 1$, la Tabla XXIII es igual a 0,89. Como se ha indicado antes, esto es el máximo de la expresión $\Pi(x) = \pi \tau = 0,89 B \tau$ para el valor supuesto de $1/\beta$. Esta cir-

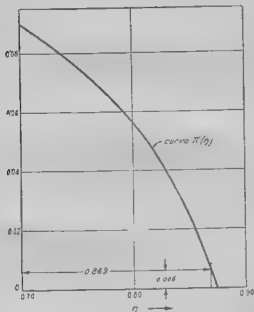


FIG. 126.

constancia de ser $\Pi(x_0)$ constante en un amplio intervalo de calados puede aprovecharse a veces para simplificar el cálculo.

En la figura 126 se representa $\Pi(\eta) = \eta - 0,820 B(\eta)$ para determinar η_0 (col. 11) por los valores de $\Pi(x_0)$ (col. 10). Q , v_{cr} e v_0 (cols. 3, 4 y 12) determinan una curva $Q = f(\eta)$, de la que se obtiene el Q_{sup} correspondiente a $v_0 = 2$ m, así como el valor de $\eta_0 = \eta_{cr}$.

En la figura 120 se ha dibujado la curva de gastos curva 2. Se comparan a las dos curvas Q_{max} y Q_{min} , una para un caudal de 1 K m y a otra para el de 800 m. En el canal largo Q_{max} equivale a Q_1 solamente en un 2 por 100, mientras que en el corto el crecimiento de caudal llega a un ~ 28 por 100.

Efecto de la pendiente del fondo —La forma de la curva de gasto depende, evidentemente, de la relación de la longitud L del canal a la de los elementos longitudinales. En las curvas de lamina libre, Conforme se ha indicado en el artículo 42, a igualdad de los restantes factores, los elementos longitudinales de las curvas son inversamente proporcionales a s_0 . Cuanto más débil es la pendiente, más largas son las curvas y viceversa.

Por este motivo, una reducción de la pendiente del fondo produce un efecto análogo al de un acortamiento del canal.

47. LA CURVA DE Q MÁXIMO —El método expuesto en los artículos precedentes para la determinación del Q_{max} para un y , dado puede generalizarse para construir la curva de Q_{max} para un margen amplio de condiciones, la cual muestre el caudal máximo que puede fluir por un canal al variar el nivel y . Esta curva puede ser un medio auxiliar en la solución de ciertos problemas. El procedimiento de cálculo es el mismo de las Tablas XXIII y XXVI aplicado a un intervalo extenso de caudales. Para una serie de valores de y_0 y Q respectivos se determina y_1 en la sección 1, suponiendo que en cada caso y_2 es el estado crítico correspondiente a Q .

EJEMPLO 19

Para un canal como el del Ejemplo 18 (fig. 125), determínese la curva $Q_{max} = f(y_1)$ para un intervalo de caudales entre 0 y 100 m³/sg.

En la Tabla XXVII el valor del caudal crítico Q_{crit} si se toma la fórmula III. Para los puntos $y_2 = 1.5$ m. se ha aceptado, como en los ejemplos precedentes, el valor medio de $1-\beta = 0.820$, lo que hace que sean iguales a 1.089 los valores de $H(\eta_m)$ y permite emplear la curva III₇ de la figura 126 para la determinación de η_1 .

TABLA XXVII

Cálculos relativos a la curva ($2m = n_1$) del canal, fig. 125, ítempl. 19

h	(2)	(3)	$\frac{3H}{2\sqrt{g}}$	k	γ_1	γ_2	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	(12)	γ_1
h	Q	$\frac{3H}{2\sqrt{g}}$	$\frac{3H}{2\sqrt{g}}$	γ_1	γ_2	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$	γ_1	γ_2
0,50	4,34	1,38	1,38	0,21	0,720	0,31	0,873	0,463	0,057	0,640	0,583	0,089	1,454
1,00	14,10	4,57	4,57	0,56	0,509	0,46	0,850	0,490	0,070	0,820	0,250	0,082	0,042
1,50	28,08	9,16	9,16	0,83	0,588	0,607	0,820	0,490	0,089	0,100	0,071	0,030	1,830
2,00	47,32	15,10	15,10	1,19	0,59	0,678	0,820	0,490	0,089	0,128	0,030	0,011	2,257
2,50	70,85	22,60	22,60	1,54	0,616	0,678	0,820	0,490	0,089	0,107	0,018	0,030	2,670
3,00	98,81	31,50	31,50	1,87	0,623	0,678	0,820	0,490	0,089	0,107	0,018	0,030	2,670

Para los puntos β y β_0 de $v_2 = 1,5$ m. c. se han determinado los valores medios de β tomada en cada caso la pendiente crítica media en la línea III por la β tomada entre β_0 y β , (véase fig. 127).

$$1 - \beta = 1 - \frac{4}{5} = \frac{10}{5}$$

La tabla de valores de Q (col. 2) y de v_1 con las que marcan a

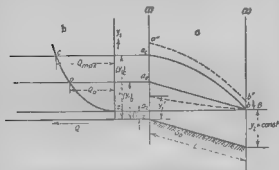


Fig. 127 — La curva de gasto Q en función de y_1 en el caso de v_2 constante

curva de máxima gasto ($Q_{max} = v_2$), que es la curva de la figura 128. Esta curva va próxima a la de caudal normal (4) correspondiente a v_2 en la curva de Q , muestra que un canal en el fondo el caudal de régimen Q_{max} es el mismo que el de Q_{max} .

El punto C en la curva Q_{max} correspondiente a $v_2 = 2$ m. c. es idéntico al punto C_1 en la curva de gasto $Q = 1$ m. c. Para cualquier valor de Q en la figura se ha dibujado también la curva $v_1 = v_2$ en la Q_{max} . Evidentemente, esta curva, considerada como $v_1 = v_2$, indica la posición inferior que puede alcanzar el nivel en la sección 2 con el caudal inferior dado v_1 en la sección 1. Es claro que la curva $v_2 = v_1$ ha de cortar a las curvas de gasto $Q = v_1$ en los puntos C_1 y C_2 .

48. Caso de v_2 constante. Se supone ahora que el nivel B , v_1 , por consiguiente, v_2 , permanece constante. El nivel variable es el y_1 de la sección 1. Por tanto, los caudales varían con el calado y_1 , siendo la curva, en este caso, $Q = f(y_1)_{v_2 = const}$.

Los puntos característicos son:

1.º Línea de nivel $b = a_2$; con $Q = 0$ e $(v_1)_c$, $y_2 = v_1 I_c$.

z^0 la z_0 correspondiente a $Q = Q_0$, donde $Q = K_1 \sqrt{y_0}$, donde K_1 es el coeficiente de gasto para $y_0 = y_2$.

a. Curva de máximo gasto $b = a_0$, compatible con el y_2 dado; Q_{max} es en este caso el caudal crítico correspondiente al y_2 dado; por tanto, $Q_{max} = M(y_2) \sqrt{g}$, donde $M(y_2)$ es el valor de $a_0/a/b$ para $y = y_2$.

El calado y_{1c} correspondiente a Q_{max} es el punto particular situado sobre la curva de máximo gasto ($Q_{max} = f(y)$) del artículo precedente. Evidentemente, y_{1c} es el mayor calado posible en la sección 1 compatible con el calado constante dado y_2 . Si en tales condiciones subsistiera el nivel B del depósito, la convergencia del movimiento en el canal vendría acompañada de la formación de una curva de depresión.

La curva de gasto ($Q = f(y_2)$) tiene la forma representada en la figura 127 a, b, por tanto, con:

$$y_1 > y_{1c} \quad \text{y} \quad Q > Q_0$$

corresponde a curvas ascendentes del tipo M_1 . La porción $a-c$, con

$$y < y_{1c} \quad \text{y} \quad Q < Q_{max}$$

corresponde a curvas de depresión del tipo M_2 .

EJEMPLO 20

Supongamos (fig. 128) un caso similar al del Ejemplo 17; y , además, que el nivel en la sección 2 se mantiene constante con un calado $y_2 = 2$ m.

Calcular y dibujar la curva $Q = f(y_1)$.

Los puntos característicos son:

- 1.º Línea de nivel con $Q = 0$, $y_{1c} = 2 - 1,20 = 0,80$ m.
- 2.º Régimen uniforme, con $Q = 47,32$ m³/sg. para $y_1 = 2$ m.
- 3.º Caudal máximo.

De la fórmula III se tiene $M(y = 2 \text{ m}) = 34,88$, por tanto,

$Q_{max} = 34,58 \text{ m}^3/\text{s}$, $g = 110 \text{ m}^2/\text{s}$. Para hallar el correspondiente cado normal

$$K_0 = Q_{max} / \sqrt{g} = 110 / \sqrt{4} \cdot 10^{-3} = 5.500$$

al que, según la fórmula III, correspond: $y_0 = 1,17 \text{ m}$

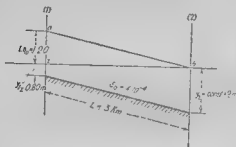


Fig. 128.—Esquema del Ejemplo 20.

Calculo y_0 —El valor medio de y entre $y_1 = 2 \text{ m}$ y $y_2 = 3,17 \text{ m}$ es $\bar{y} \approx 2,6$, de donde

$$\beta = 4/20,6 = 0,194; \quad 1 - \beta = 0,806.$$

Para la sección 2 se tiene:

$$\tau_2 = 2/3,17 = 0,631; \quad B(\tau_2) = 0,660;$$

$$\text{II } \tau_1 = 0,631 - 0,806 \times 0,660 = 0,100.$$

Para

$$L_0 \tau_0 = 1,2 \cdot 1,17 = 1,404$$

$$\text{II } \tau_1 = 0,100 \rightarrow 0,479 \approx 0,279$$

que se verifica para $\tau_1 = 0,984$, de donde $y_1 = 0,984 \times 3,17 = 3,12 \text{ m}$.

Puede calcularse un punto intermedio en cada una de las zonas $o-s$ y $o-c$.

Porque $L(\tau) = \text{Curva } M$, — Tomemos $y_0 = 1 \text{ m}$, $Q = 14,30 \text{ m}^3/\text{s}$. Para $y_2 = 2 \text{ m}$, $\tau_2 = 2/2 = 1$; $\Phi(\tau_2) = 1,934$, $L_0 \tau_0 = 1,2$; por tanto:

$$\Phi(\tau_1) = 1,934 - \frac{L_0 \tau_0}{y_0} = 1,934 - 1,2 = 0,734,$$

que corresponde a $\tau_1 = 1,138$, donde $y_1 = 1,138 \text{ m}$

Porción OC: Curva W_2 — Tomemos $y_0 = 3$ m ; $Q = 98,80$ m³/sg.

$$v_2 = 2/3 = 0,666 ; B(v_2) = 0,703 ;$$

$$\Pi(v_2) = 0,006 = 0,703 \times 0,806 = 0,078$$

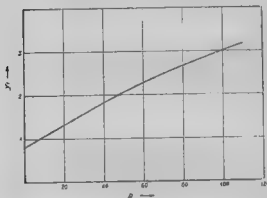


FIG. 128.

Para $Ls_0/y_0 = 0,4$

$$\Pi(v_1) - \Pi(v_2) = \frac{Ls_0}{y_0} = 0,078 - 0,400 = -0,322,$$

que corresponde al valor de $v_1 = 0,980$, de donde $y_1 = 2,94$ m

La curva se representa en la figura 129.

49. $Q = f(y_1, y_2)$ LA CURVA DE Q CONSTANTE — En el caso general, cuando ambos calados y_1 e y_2 varían, el problema en su sentido lo más amplio estriba en determinar el caudal que circula para cualquier combinación posible de los calados y_1 e y_2 .

Suponiendo dados un cierto par de calados y_1 e y_2 , la cuestión se resuelve calculando y dibujando, para uno u otro de los calados dados, una zona de las curvas de caudales $Q = f(y_2)$ o $Q = f(y_1)$, conforme se ha indicado en los párrafos precedentes. En efecto: suponiendo que $y_2 > y_1$, se estará en el caso de una curva ascendente (fig. 103 a);

el caudal Q es $< Q_1$, que corresponde a $y_1 = y_1$, el valor del caudal Q se encontrará, o bien mediante una curva $Q = f(y_1)$, como en el artículo 13, construyendo construyendo a y_1 constante, o mediante una curva $Q = f(y_2)$, conforme se ha exhibido, en el artículo 48, construida en la hipótesis de y_2 constante.

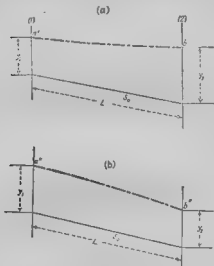


FIG. 130

Cuando $y_2 < y_1$ (fig. 130, b), el caudal se encontrará comprendido entre el caudal normal Q_n , correspondiente a $y_1 = y_0$, y Q_{max} correspondiente a $y_2 = y_0$. Se comienza probando con una curva descendente M_2 , suponiendo que el y_1 dado sea 0,999 ó 0,99 de y_0 . Se determina el correspondiente y'_2 . Si y_2 así determinado es $< y_2$ dado, Q_3 es el caudal máximo. Si y_2 es $> y_2$ dado, se construye la porción $a-c$ de la curva $Q = f(y_2)$, como en la figura 129, para el valor y_1 dado.

La curva Q constante. La curva llamada de Q constante constituye un valorso medio para calcular el h dado en todos los casos posibles.

Supongamos un caudal Q fluyendo por un canal (figura 131). Del caudal puede producirse en el canal de seña-

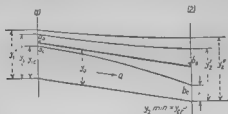


FIG. 131.—Calados recíprocos para Q constante.

ritas menores, cada una de las cuales viene representada por el par de calados y_1 e y_2 , correspondientes a las secciones 1 y 2 extremas de la estructura. Evidentemente, los calados y_1 e y_2 están ligados entre sí mediante una correspondencia biunívoca, de tal modo que ambos constituyen un par de calados «recíprocos».

Uno de los pares posibles de calados recíprocos es $y_1 = y_2 = y_c$, correspondiente al régimen uniforme del caudal Q . Por encima de la recta $a-b$, correspondiente al régimen uniforme, se tiene y_2 , recíproco con y_1 , y_2' con y_1' , etc., todas ellas curvas M_1 . Por debajo de $a-b$, los calados recíprocos corresponden a puntos de una curva M_2 . La curva $a-b$ es la posición más baja de la curva M_2 , siendo $y_{2\max}$ el calado crítico para el caudal dado; y_{1c} es la ordenada de la curva Q_{\max} (véase art. 47), correspondiente al caudal dado Q . Juntos y por separado, $y_{2\max}$ e y_{1c} son las posiciones de más bajo nivel posible con que puede fluir el caudal dado Q .

Como límite superior de la curva de lámina libre es evidente que cuando los calados y_1 e y_2 crecen, la curva $a-b$ tiende a ser una recta horizontal con $\lim_{y_1, y_2 \rightarrow \infty} y = y_c L$.

La relación funcional entre y_1 e y_2 puede representarse

puede producirse en un canal dado en cualquier combinación posible de niveles (n_0 , 133). Las curvas dibujadas para los diferentes Q son congruentes, sin cortarse entre sí. Cada punto del plano (fig. 134) determina un caudal Q y sólo uno determinado por la curva Q que pasa por él.

EJEMPLO 21

Cuestión 1ª. Suponiendo el canal del Ejemplo 18 en p. 13; λ ; longitud = 80 m., determinar la curva Q_{const} para $Q = 47,42 \text{ m}^3/\text{sg.}$ correspondiente a $y_0 = 2 \text{ m.}$

Para el punto O se tiene $v_1 = v_2 = 2 \text{ m.}$ Para el punto I (V, Tabla XXVIII): $v_2 = v_0 = 1,19 \text{ m.}; y_1 = v_0 = 1,81 \text{ m.}$

Para la porción correspondiente a curvas ascendentes (M_1) se empleará la fórmula

$$\Phi(\eta_1) = \Phi(\eta_2) - \frac{L a_2}{y_2} = \Phi(\eta_2) - 0,180.$$

Para la porción correspondiente a curvas descendentes (M_2) se empleará:

$$\Pi(\tau_1) = \Pi(\tau_2) + 0,180.$$

En la Tabla XXVIII se lee: $\tau_2 = 1,19 \text{ m.}; \tau_1 = 1,81 \text{ m.}; \Phi(1,19) = 0,008920$

Tabla XXVIII
(1) Curvas ascendentes M_1 . ($y_2 > 2 \text{ m.}$)

η_1	y_1	$\Phi(\eta_1)$	$\Phi(\eta_2)$	η_2	y_2
1,00		Movimiento uniforme			
1,05	2,10	0,794	0,734	1,029	2,06
1,10	2,25	0,820	0,660	1,062	2,12
1,20	2,40	0,865	0,720	1,135	2,26
1,35	2,70	1,041	0,935	1,252	2,50
1,50	3,00	1,151	1,191	1,364	2,77
1,75	3,50	1,405	1,405	1,615	3,23
2,00	4,00	1,934	1,774	1,851	3,70

Tabla XXVIII (Continuación)
(2) Curvas descendentes M_2 . ($y_2 < 2 \text{ m.}$)

η_1	y_1	$\Pi(\tau_1)$	$\Phi(\tau_1)$	$\Pi(\tau_2)$	$\Phi(\tau_2)$	η_2	y_2
0,9	1,80	1,140	0,935	- 0,035	0,195	0,959	1,92
0,8	1,60	0,907	0,744	+ 0,050	0,104	0,935	1,87
0,6	1,20	0,613	0,513	- 0,089	0,071	0,920	1,84

En la figura 133 se dibuja la curva (curva 1)

Para el cálculo de la zona correspondiente a las curvas ascendentes con $y_1 > y_c$, pueden emplearse series de valores de τ_2 y $\Phi(\tau_2)$ como en la Tabla XXVIII, siguiéndose idéntico proceso que allí, como se resume en la

TABLA XXIX

y_2	$\Phi(\tau_1)$	$y_2 = 1.10 y_c$				$y_2 = 1.20 y_c$				$y_2 = 1.50 y_c$			
		y_1	$\Phi(\tau_1)$	τ_1	α	y_1	$\Phi(\tau_1)$	τ_1	α	y_1	$\Phi(\tau_1)$	τ_1	α
1.10	0.629	1.30	0.513	1.073	3.22	1.10	0.300	1.037	1.04	0.55			
1.20	0.830	1.60	0.273	1.154	3.46	1.20	0.560	1.044	1.05	0.60	0.240	1.030	0.51
1.35	1.14	4.05	1.034	1.202	3.85	1.35	0.811	1.053	1.08	0.67	0.501	1.050	0.53
1.50	1.351					1.50	1.071	1.280	1.24	0.74	0.711	1.130	0.56
2.00	1.934					2.00	1.614	1.215	1.21	1.00	1.204	7	0.73
3.00	2.978					3.00	2.658	2.607	2.60	50	1.938	2.379	1.18
5.00	4.996					5.00	4.614	4.681	4.68	2.50	4.754	4.362	2.18

La parte correspondiente a curvas descendentes (M_2) se calcula en la Tabla XXX. Las curvas se dibujan en la figura 133.

Curvas Q_{const} para canales largos y cortos. Seguidamente hacemos la comparación de la forma de las curvas correspondientes para una misma sección y caudal, pero para canales de longitudes diferentes.

EJEMPLO 22

Determinese la curva Q_{const} para $v_0 = 2$ m en el canal del Ejemplo 21, suponiendo una longitud $L = 3$ Km. La curva, designada por curva 2, se dibuja en la figura 134, mientras que la curva 1 representa el caso de $L = 800$ m. Los puntos O de ambas curvas coinciden. El punto C de la curva 2 se toma de la Tabla XXIII, es decir,

$$y_{2c} = v_{0c} = 1.19, \quad y_1 = v_0 = 1.08$$

En vista de la aproximación que existe entre y_{2c} e y_c , no se han calculado más puntos en la zona OC de la curva

La zona $O-L$ se calcula por la fórmula

$$\Phi(\tau_1) - \Phi(\tau_2) = \frac{12}{2} [\Phi(\tau_2) - 0.500]$$

como se resume en la Tabla XXXI.

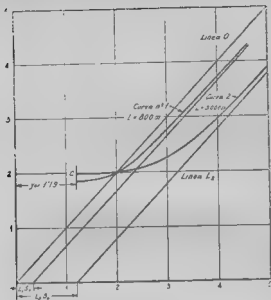


FIG. 134

TABLA XXXI

η_0	W	$\Phi(\eta_0)$	$\Phi(\eta_0)$	r	M
1,10	2,20	0,520	0,020	1,026	2,052
1,20	2,40	0,880	0,280	1,035	2,070
1,35	2,70	1,141	0,541	1,050	2,160
1,50	3,00	1,351	0,751	1,144	2,298
1,75	3,50	1,655	1,055	1,295	2,590
2,00	4,00	1,914	1,334	1,487	2,874
2,50	5,00	2,494	1,864	1,936	3,872

CAPITULO XII

EMBOCADURAS

50. FENÓMENOS LOCALES EN LOS EXTREMOS DEL CANAL

En el capítulo precedente se han establecido las relaciones entre el caudal Q y las calidades v_1 y v_2 en los extremos del canal sin tener en cuenta los fenómenos que acompañan a la entrada y salida del agua de este.

Nota.—Cuando un canal, como en la figura 115, desagua en un depósito, parece que debia existir una cierta ganancia de nivel $\Delta v_B = v_B - v_2$ originada por la recuperación de al menos una parte de la altura cinética $\frac{v_2^2}{2g}$

que lleva el agua al abandonar el canal. La observación enseña, sin embargo, que tal recuperación es insignificante en otros términos: bajo circunstancias normales la energía cinética se disipa totalmente en rozamientos internos y resalmos. Por consiguiente, en la práctica puede desprejarse el Δv_B y calcular v_B igual a v_2 ($v_2 \leq 1.0$ ft./s.).

Entrada regulada por una compuerta.—La figura 138 representa una compuerta de tova que establece el calado v_1 . En este caso, el caudal v_1 , que se ha considerado en el capítulo precedente, es el existente detrás de la compuerta. La longitud del canal L , que figura en los cálculos debe contarse desde la cara de aguas abajo de la compuerta considerando el corto tramo en que se estabiliza el régimen. Habrá una diferencia de nivel $\Delta v_A = v_A - v_1$ que depende del caudal y apertura de la compuerta y puede ser mantenida a voluntad, pero no tiene relación con el régimen variado en el canal.

(1) Esta regla sencilla puede aplicarse a todos los casos, excepto cuando el desagüe viene acompañado de una depresión hidráulica (figura 137) con $v_2 = v_B$ y $v_B < v_1$. En este caso, como ya se ha mencionado, el calado $v_1 = v_B$ se mantiene como calado mínimo independiente de la posición del nivel B .

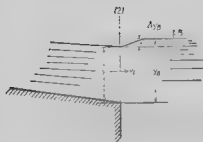


FIG. 135

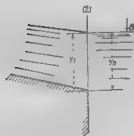


FIG. 136

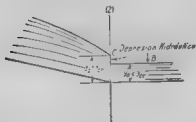


FIG. 137

puede considerarse el movimiento como un flujo de col. La mayor parte de la potencia de la energía que se invierte en creación de velocidad.

En este caso el régimen del caudal es análogo a un fenómeno de afluencia. A la velocidad V_1 determinada por las condiciones previas $V_1 = 12, 11 \text{ m/s}$, corresponden un valor de h_1 y h_2 que tanto en forma $V_1 = V_2 + h_1$ de forma que $V_1 = V_2 + h_1$ están ligados entre sí funcionalmente.

Fig. 140 muestra los casos prácticos en el canal.

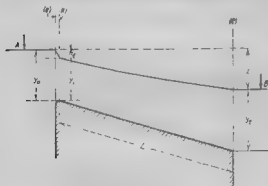


Fig. 140 — La pérdida de carga h_f a la entrada de un canal

La h_f es un valor que se el nivel Z antes de la toma. En el caso en que se produce un cambio en el Ejemplo 17, se puede ver que la h_f es un valor constante que permanece constante, es decir, el problema en determinar el caudal en el sistema en función del nivel variable B .

Siempre que la velocidad en el canal sea apreciable y la longitud del mismo no demasiado grande, la pérdida h_f puede constituir una parte sustancial de la pérdida total de nivel Z (fig. 140), no se debe prescindir de ella.

La entrada libre, enlazada, funcionalmente con el régimen variado en el canal, constituye el tema de los artículos que siguen.

51. FUNDACIÓN DE LA PÉRDIDA DE VELOCIDAD A LA ENTRADA. ZONA DE TOMA. La fundamentación de un canal de pendiente suave crea una zona de toma (fig. 19), que se localiza en una superficie libre enfluente. En la sección 1, con el calado h_1 y la velocidad v_1 , se supone escamoteamente la frontera entre la zona de toma y la zona de régimen gradualmente variado para el Q . En la zona de toma puede evaluarse el régimen por la sencilla relación

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g \left(h_1 - \frac{v_1^2}{2g} \right)} \quad (106)$$

$$Q = v_1 a_1 = a_1 \varphi \sqrt{2g \left(h_1 - \frac{v_1^2}{2g} \right)}$$

donde v_1 es la velocidad de llegada y φ el coeficiente de velocidad que incluye las pérdidas entre Δ y la sección 1. a_1 es la sección mojada en 1, correspondiente a h_1 y Q .

Despreciando $v_1^2/2g$ que generalmente es pequeño, la relación toma la forma:

$$h_1 = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} \frac{Q^2}{2g a_1^2} \quad (107)$$

$$h_1 = (1 + \zeta) \frac{v_1^2}{2g} = (1 + \zeta) \frac{Q^2}{2g a_1^2}$$

donde $\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$ es el coeficiente de resistencia.

Los valores φ y ζ dependen de la configuración y dimensiones de la estructura de toma y se suelen estudiar en los tratados en el título relativo a *movimiento a través de orificios*.¹⁾ La relación entre el coeficiente de velocidad φ y el factor de resistencia $1 + \zeta = 1/\varphi^2$ es:

φ	1	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70
$1 + \zeta$	1	1.11	1.23	1.37	1.53	1.78	2.14

En los ejemplos que siguen supondremos un valor

1) Más datos valiosos de las pérdidas en las estructuras de toma se dan por HINOS *Trans. A.S.C.E.* Vol. 92, pág. 1432, 1928.

medios correspondiente una toma bien equipada de $\frac{1}{2}$ m. $\frac{1}{2}$ m. $\frac{1}{2}$ m. En la figura VII se representa la curva $h_e = y_1 + \frac{v_1^2}{2g}$.

La curva de caudales de entrada. Para un canal dado (fig. 11), suponiendo que y_1 permanece constante, y despreciando la pérdida de fricción posible del fondo del canal, Δh_f dentro de la zona se toma (fig. 1.5) de forma que $y_1 = y_a - h_f$ se tiene:

$$Q = a_1 v_1 = a_1 c \sqrt{2gh_e} = a_1 c \sqrt{2g(y_a - y_1)} \quad (1.8)$$

Representando $Q = Q_1$, y y_1 en la Ec. (1.8), se obtiene la curva de caudales de entrada, esencial para la resolución de problemas de régimen variable, en la cual se toman en consideración las circunstancias a la entrada del canal.

EJEMPLO 23

Calcular y dibujar la curva de caudales de entrada para un canal del tipo 1, con $y_a = 2$ m. empleando $1.49^2 = 1.25$.

Tabla XXXII

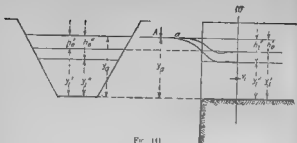
y_1	$h_f = y_a - y_1$	a_1	v_1	Q
1.99	0.01	27.820	0.40	11.13
1.98	0.02	27.641	0.56	15.48
1.95	0.05	27.165	0.89	24.12
1.80	0.10	26.220	1.25	32.77
1.60	0.20	24.480	1.77	43.33

Las velocidades en la columna 4 se han calculado por la fórmula

$$v_1 = \sqrt{\frac{1}{1.25} 2gh_e}$$

En la figura 142 se representa la curva Q_{ent} (número 1).

52. MOVIMIENTO UNIFORME (fig. 143).—Dado v_1 se determina el calado y_1 y el caudal en movimiento uniforme.



For 141

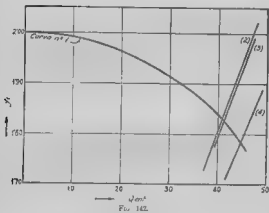
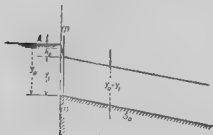
F₁₀ 142

Fig. 145.

me. Evidentemente, en régimen uniforme $y_1 = y_0$. El caudal Q_{un} , correspondiente a y_1 (Ec. (18)), deb. ser igual a $Q_0 = K_0 \sqrt{s_0}$, que se produce en régimen uniforme con el calado normal y_1 . El problema se resuelve (fig. 144) hallando la intersección de la curva de gasto normal $Q_0 = K_0 \sqrt{s_0}$ y la Q_{un} consideradas ambas como funciones de y_1 .

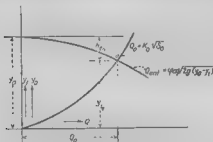


FIG. 144.—Determinación del régimen normal en un canal con toma libre.

EJEMPLO 24

Determinar el caudal Q_0 y el calado normal en régimen uniforme en un canal de tipo 4 (ámina III) suponiendo que $y_0 = 2$ m. y que las condiciones de toma son las del Ejemplo 23.

Para resolver el problema se dibuja en la figura 142 la posición de curva $Q_0 = K_0 \sqrt{s_0}$ (curva 2) a partir de $y_0 = 2$ m hacia abajo, empleando para ello los datos de la Tabla XXI o sea:

s_0 ..	■	1,75	1,50	1,25	1
Q_0 .	47,32	38,00	28,68	21,48	14,30

obteniéndose, como punto de intersección, $y_1 = y_0 = 1,830$ m., $h_1 = 0,17$ m. El caudal normal es $Q_0 = 41$ m³ sg.

El caudal máximo El mismo procedimiento se aplica a la determinación del caudal máximo.

EJEMPLO 25

Supongamos también de canal tipo I con $y_2 = \text{const} = 2$ m. y $1/y^2 = 1,25$.

Se terminase el mismo canal por el para la igualdad de canal de 3 Km. es 30 m. respectivamente. El problema se resume dibujando en la figura 142 las superficies respectivas de la curva Q_{ent} . Los diferentes puntos S y T tomamos de la curva Q_{ent} para $L = 3$ km. En la figura 142 la curva se designa en la figura 142 como curva.

Para la curva de gasto Q_{ent} se usa la Tabla XXVII. La curva se designa por el número 1.

Los puntos de intersección dan:

Para $L = 3$ Km.:

$$Q_{\text{ent}} = 41,3 \text{ m}^3/\text{sg.}; \quad y_1 = 1,826 \text{ m.}; \quad h_2 = 0,174 \text{ m.}; \\ y_2 = y_3 = 1,68 \text{ m.}$$

Para $L = 30$ m.:

$$Q_{\text{ent}} = 44,8 \text{ m}^3/\text{sg.}; \quad y_1 = 1,784 \text{ m.}; \quad h_2 = 0,216 \text{ m.}; \\ y_2 = y_3 = 1,15 \text{ m.}$$

53. LA CURVA DE GASTO $Q = f(y_2)$. En el caso de y_2 constante los puntos característicos de la curva $Q = f(y_2)y_2$ (comparase con el art. 45 y fig. 117), son:

1.º El punto Z , con $Q = 1 + y_2 = y_2 + L y_2$.

2.º Los puntos O y C correspondientes, respectivamente, a régimen uniforme y a Q_{ent} , determinadas como en la figura 142. Para el cálculo de puntos intermedios, de la zona oc o la os de la curva, el procedimiento, en general, es análogo al del artículo 45, excepto que en lugar de emplear un valor constante de y_1 en la determinación de $y_2 = y_1 y_0$ en la columna 4 de la Tabla XXI, el valor de y_1 es variable. Para cada caudal Q (correspondiente al valor de y_2 escogido) se toma el y_1 respectivo de la curva de caudales de entrada (art. 51), con esto los correspondientes $y_2 = y_2 + y_2 y_1$ se hallan del mismo modo que en el Ejemplo 17.

EJEMPLO 26

En el caso del Ejempl. 17 supongamos que el caudal que permanece constante es $y_2 = 2$ m. Determinar la curva de gasto $Q = f(y_2)$.

Los puntos característicos son:

1.º Punto cero $Q=0$, $y_2=2+1,2=3,2$ m.

2.º Punto Q movimiento uniforme del E, empl. 21:

$$Q=41 \text{ m}^3/\text{sg.}; y_2=1,83 \text{ m.}$$

3.º Punto Q máximo gasto, del E, empl. 25:

$$Q=41,3 \text{ m}^3/\text{sg.}; y_2=y_w=1,08 \text{ m.}$$

Como ejemplo de determinación de un punto intermedio tomamos $y_2=1,5$ m. con $Q=28,68 \text{ m}^3/\text{sg.}$ (véase la tabla XXI).

De la curva Q_m (fig. 112) para $Q=28,68 \text{ m}^3/\text{sg.}$ $y_1=1,24$ v. entonces, para la sección 1

$$x_1=1,24(1,5-1,282)=1,033; \Phi(x_1)=1,033$$

Para $Ls_2/y_2=0,800$:

$$\Phi(y_2)=\Phi(x_1)+\frac{Ls_2}{y_2}=1,033+0,800=1,833,$$

de donde

$$y_2=1,008 \text{ v. por tanto, } x_2=1,008 \times 1,50=2,860 \text{ m.}$$

En la tabla XXXIII se resumen los cálculos de estos puntos.

Tabla XXXIII

y_1	Q_0	y_2	x_1	$\Phi(x_1)$	Ls_2/y_2	$\Phi(y_2)$	x_2	y_2
Régimen uniforme								
1,75	38,00	1,850	1,060	0,452	0,686	1,138	1,348	2,355
1,50	28,68	1,942	1,282	1,033	0,800	1,833	1,908	2,860
1,25	21,48	1,960	1,570	1,439	0,961	2,400	2,438	3,042
1,00	14,30	1,983	1,983	1,915	1,200	3,115	3,125	3,135

En la figura 120 se representa la curva, designándola por el número 6.

Caso de y_2 constante Este caso es particularmente sencillo. Supongamos una curva $Q=f(y_1)y_{2\text{const}}$ como la de la figura 127. Para determinar el valor de y_2 para un caudal

diendo el caudal constante por la seccion mojada respectiva correspondiente a y_1 . Los valores de h_1 se toman de la lámina VII.

En la figura 134 se dibuja la curva (curva 3)

TABLA XXXIV

y_1	h_1	v_1	h_2	$y_2 = y_1 + h_2$
2,20	2,052	1,64	0,172	2,224
2,40	2,070	1,62	0,167	2,237
2,70	2,160	1,57	0,156	2,316
3,00	2,288	1,42	0,128	2,417
3,50	2,590	1,20	0,092	2,682
4,00	2,974	1,00	0,064	3,038

CAPITULO XIII

GASTO DE UN CANAL CON SOLERA HORIZONTAL

54. PRECEDENTES DE CÁLCULO. El método expuesto en el capítulo precedente es aplicable para la determinación del gasto de un canal con solera horizontal. En las secciones sucesivas consideradas en el capítulo X. Retomando el procedimiento, para cada Q al calado y en la sección i , y con las notaciones de la figura 11, las secciones en esta sucesión A, B, C, ..., n, m.

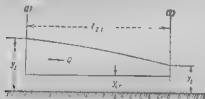


Fig. 105.

$$l_{i+1} = \frac{y_{cr}}{q_{cr}} \left[\delta_1 + \tau_2 - \tau_1 - \frac{\tau_2^{n+1} - \tau_1^{n+1}}{n+1} \right] \quad [109]$$

donde

$$\tau = y/y_{cr} \text{ y } \delta = q/q_{cr}.$$

Además, haciendo

$$T(\tau) = \delta \cdot \tau - \frac{\tau^{n+1}}{n+1} \quad [110]$$

la Ec. [109] se convierte en:

$$l_{i+1} = \frac{y_{cr}}{q_{cr}} [T(\tau_2) - T(\tau_1)] \quad [111]$$

La Ec. [111], de forma mas sencilla, puede emplearse ventajosamente cuando la sección del canal sea tal que el

valor de α permanece sensiblemente constante para β y γ en el rango de β dados. En tal caso, V. Ejemplo 20, puede emplearse un valor nuevo sensiblemente de α .

Por cuando α y β subsiguen al tanto debe emplearse $L_{\text{can}} = L_{\text{can}}^{\text{can}}$. Se observa, entonces, que el término $(z_2 - z_1 + \tau)$ ejerce un efecto considerable, especialmente para canales próximos a $\beta = 0$. Debe, por tanto, tomarse especial cuidado en el límite $z_2 - z_1$ con sus variaciones.

Cuando, basándose en el artículo 44 sera, generalmente, suficiente con tomar como valor de $z_2 - z_1$ la media aritmética

$$\left(z_1 - \frac{z_1 - z_2}{2} \right)$$

de los dos sechos conjugados. Pero en la resolución de la Ecu. (16) conviene tener presente que z_1 y z_2 varían con τ y τ_2 , o que habra de tomarse en cuenta.

La Ecu. (16) se resuelve por tanteos sucesivos. Los cálculos simplificarán reduciendo el problema al de determinar la z_1 entre los dos sechos supuestos. A lo raremos esto con un ejemplo.

EJEMPLO 28

Supongamos (fig. 147) un canal con solera horizontal que posee en su interior dos depósitos distantes L . El canal

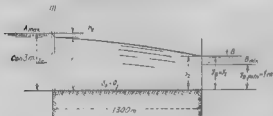


FIG. 147.—Esquema del Ejemplo 28.

metros. La sección y demás elementos del canal son del tipo D (lámina V). Según las circunstancias, la corriente

se establecerá de A a B o en dirección opuesta. Supongamos que el nivel máximo en los depósitos corresponde a $y = 3$ m, y que el mínimo es 1 m. Los dispositivos de toma son tales que $1/\phi^2 = 1.25$.

Cuestión. Determinar la curva de gasto (Q en v_{2c}) suponiendo que v_a se mantiene constante e igual a 3 m.

La curva de gasto (fig. 148) tiene solamente dos puntos característicos: (1) El punto cero Z con $y_2 = v_a$, y (2) el punto C de caudal máximo con $v_{2c} = v_a$. El descenso de v_B

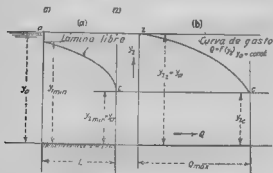


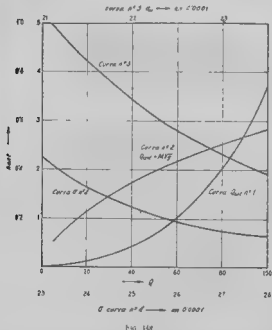
Fig. 148. (a) Lámina libre; (b) curva de gasto.

por rebajo de y_2 no afecta al régimen del canal. La curva $a-c$ (fig. 148a) corresponde a la posición más baja posible de la lamina. Todos los puntos intermedios entre Z y C corresponden a régimen con curva descendente del tipo M_2 .

Preliminares. —Previamente calcularemos:

1.ª La curva de caudales de entrada $Q_{en} = f(v_1)$ para un canal de tipo D con $v_a = \text{const} = 3$ m, la cual se representa en la figura 149 designada con el núm. 1.

α	r_1	r_2	r_3	r_4
0,01	2,99	0,396	25,370	10,91652
0,02	2,98	0,390	25,241	14,1550
0,05	2,95	0,386	24,564	22,0200
0,10	2,93	1,252	24,215	30,8172
0,15	2,85	1,534	23,584	36,1778
0,20	2,80	1,772	22,960	41,6851
0,25	2,75	1,980	22,344	44,2111
0,30	2,70	2,170	21,735	47,1649
0,40	2,60	2,505	20,740	51,4527
0,50	2,40	3,068	19,240	55,9603
0,70	2,20	3,513	16,060	56,9006
1,00	2,00		14,000	



2.º La curva de caudales críticos es $Q_{cr} = f(y)$, expresada en la figura 149 (núm. 2).

3.º La curva de pendiente crítica $\sigma = f(y)$ (fig. 149, números 3 y 4).

Los elementos de las curvas se toman de la lamina V, con pocas complicaciones.

Por conveniencia se ha dibujado cada trozo de la curva σ en una escala diferente. La pendiente hidráulica tomada es $n = 3,60$.

El caudal máximo.—Para determinar el punto C, con $Q = Q_{max}$ e $y_{cr} = y_{max}$, se toma una serie de valores $y_2 = y_1$, a cada uno de los cuales corresponde el caudal crítico $Q = Q_{cr} = \sqrt{g} h_1^3$. Por la curva de caudales de entrada se determina para cada uno de dichos caudales el elemento $y_1 = y_2 = h_1$. Aplicando la f. c. 1 de la III entre los caudales y_1 e y_2 , se determina la longitud h_2 . Se dibuja luego la curva de longitudes, así determinadas, en función de Q o de su equivalente y_{cr} . El punto de la curva $h_2 = f(Q)$, que corresponde a la longitud del canal dada, resuelve el problema.

Para mayor claridad detallamos los cálculos de un punto correspondiente a $y_2 = y_{cr} = 1,50$ m.

Para este punto, por la tabla auxiliar, o la curva 2 de la figura 149, se tiene:

$$Q_{cr} = 30,56 \text{ m}^3 \text{ seg.}, \quad \sigma_{cr} = 24,27^{00} \text{ o.}$$

[TABLA AUXILIAR] (1)

y	σ	y	P	R	σ	K	Q_{cr}	σ en 10^0	Q_{cr}
2,99	25,70	12,970	14,281	1,716	79,449	2562,65	35,467	22,556	11,186
2,98	25,74	12,946	14,245	1,712	79,412	2560,85	35,462	22,548	11,044
2,95	24,81	12,850	14,161	1,699	79,375	2559,25	34,572	22,140	10,701
2,93	24,75	12,770	14,106	1,685	79,340	2557,64	33,681	21,767	10,474
2,85	23,584	12,553	14,111	1,670	79,303	2556,03	32,790	21,420	10,198
2,80	22,980	12,400	14,205	1,655	79,439	2563,15	31,241	22,481	10,871
2,75	22,444	12,250	14,215	1,640	79,575	2570,27	30,350	21,828	10,548
2,70	21,755	12,100	14,235	1,625	79,711	2577,38	29,459	22,563	10,153
2,60	20,540	11,840	14,374	1,610	79,846	2584,50	27,92	22,694	10,054
2,48	18,740	11,340	14,653	1,441	79,600	2573,47	23,256	21,843	10,640
2,28	16,066	10,600	14,932	1,316	79,375	2562,73	19,753	20,119	10,008
2,00	14,000	10,000	15,211	1,149	79,150	2552,00	16,462	19,302	10,074
1,80	12,060	9,400	15,490	1,030	78,925	2541,27	13,652	19,471	10,250
1,50	9,375	8,500	15,908	0,896	78,602	2520,54	9,453	18,270	10,560
1,20	6,980	7,600	16,327	0,760	78,278	2509,81	6,661	17,060	10,963

(1) Esta tabla ha servido para el trazado de las curvas de la figura 149. No viene en el texto original (V del T).

La pérdida de altura a la entrada es para $Q=30,86 \text{ m}^3/\text{sg}$ (curva 1), $h_e=0,10 \text{ m.}$; por tanto:

$$y_1=3-0,1=2,90 \text{ m.}$$

Se tiene para la sección 1:

$$\tau_1=2,90/1,70=1,71; \quad \tau_1^{4,8}=1,71^{4,8}=4,8 \approx 4,90$$

Además, τ_1 para $v_1=2,90 \text{ m.}$ es $22,667^{**}_{0,0}$, de donde:

$$\delta_1=\tau_1/\sigma_1=24,27/22,667=1,087.$$

Análogamente, para la sección 2,

$$v_2=v_1=1,50 \text{ m.}; \quad \tau_2=1; \quad \sigma_2=\sigma_1=24,27^{**}_{0,0},$$

de donde

$$\frac{\tau_2^{4,8}}{\tau_2+1}=\frac{1}{4,8}=0,208, \text{ y } \delta=1.$$

El valor medio de δ es:

$$\delta_{1,2}=\frac{1,087+1}{2}=1,044$$

El valor de

$$y_{en}/\sigma_1=1,50/24,27 \cdot 10^{-3}=617 \text{ m.}$$

La distancia $l_{2,1}$ (Ec. [100])

$$l_{2,1}=(17+1,044 \cdot 1+1,044) \cdot (2,90-4,90)=2271 \text{ m.}$$

Esta longitud es mayor que la de 1500 m. del canal lo que indica que el caudal $Q=30,86 \text{ m}^3/\text{sg}$ es inferior a Q_{max} .

Para otros puntos se resumen los cálculos en la Tabla XXXV. Evidentemente, para todos ellos:

$$\tau_2=1; \quad \frac{\tau_2^{4,8}}{\tau_2+1}=0,208; \quad \delta_2=1$$

Tabla XXXV

$Q \text{ (m}^3/\text{sg)}$	Q	$\tau_1 \text{ (m)}$	$y_1 \text{ (m)}$	τ_1	$\tau_1^{4,8}$	$\tau_1^{4,8}/(\tau_1+1)$	$\delta_1 \text{ (m)}$	δ_1/σ_1	δ_m	$l_{2,1}$
1,80	42,76	23,67	761	2,78	1,54	1,65	22,60	1,080	1,025	677
1,60	36,80	21,97	689	2,84	1,72	2,81	22,43	1,068	1,034	1280
1,00	30,86	24,27	617	2,90	1,93	4,90	22,367	1,087	1,044	2271

En la figura 151 se representa la curva $y_{cr} = f(l)$, y solución para $l = 1,94$ m. es $v_2 = v_1 = 1,648$ m., y el caudal correspondiente es:

$$Q_1 = 36,81 \text{ m}^3/\text{sg.}$$

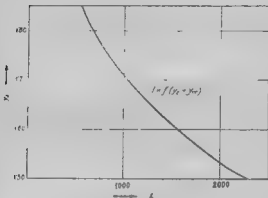


Fig. 150

El punto l y el punto t son los puntos extremos de la curva de gasto (fig. 151).

Exponemos a continuación los cálculos relativos a un punto intermedio:

Tomamos $v_{cr} = 1,20$ m., correspondiente a $Q = 23,86$ m.³/segundo, $z_1 = 25,06 - 10 = 15$ y $z_2 = 478$.

Para la sección 1 tenemos:

$$v_1 = 2,96; \quad \tau_1 = 2,33; \quad 1,50 = 2,47; \quad \tau_1^{1,4} = 1,8 = 18 \\ \tau_1 = 22,33; \quad z_1 = 25,06/22,35 = 1,12.$$

Para determinar y_2 hay que hallar el valor de $\tau_2 = v_2^{1,2}$ que verifique la ecuación:

$$\frac{\tau_2^{n+1}}{n+1} - k_{1,2}(\tau_2 - \tau_1) = \frac{\tau_1^{n+1}}{n+1} - k_{1,2} \frac{\partial \tau}{\partial y_{cr}} \quad [112]$$

interpola entre los resultados de $\Phi(\tau)$ obtenidos para tener el valor aproximado de y_2 .

El primer tanto su τ_1 da un valor bastante aproximado de y_2 , siendo la aproximación tanto más satisfac-

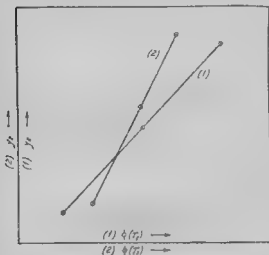


FIG. 152.

FIG. 152 - Esquema de la aproximación gráfica en el Ejemplo 26

toria cuanto menor es el caudal, de suerte que para caudales pequeños puede prescindirse del término $2\tau_1(\tau_2 - \tau_1)$, quedando la ecuación en la forma sencilla:

$$\frac{\tau_2^{4,8}}{4,8} = \frac{\tau_1^{4,8}}{4,8} + \frac{L \tau_{cr}}{v_{cr}}$$

Esta simplificación, por el contrario, no es aceptable para caudales Q mayores, próximos a Q_{cr} .

CAPITULO XIV

PROYECTO DE CANALES

Las curvas de caudales que hemos estudiado son de aplicación útil para el cálculo de canales.

55. **Ajuste del canal.** Un canal se proyecta generalmente para un determinado caudal de régimen, Q , que se supone ha de conducir el canal con movimiento uniforme. El cálculo consiste en determinar las dimensiones de la sección transversal y la pendiente del fondo s , que producen el gasto $Q = K_0 s / s_0$ con el caído v_0 .

En la práctica, o bien el coeficiente de rozamiento sobrepasa a menudo al supuesto en el cálculo, o bien se exige del canal un mayor caudal que el fijado. En ambos casos, el canal, tal como se ha proyectado, queda insuficiente, temiendo que aumentase su capacidad.

El problema se resuelve modificando las curvas de caudales, como se ha hecho en la figura 117 e ilustrado con ejemplos prácticos en la figura 120. Mientras que en un canal corto, o en un canal con pendiente extraordinariamente pequeña puede conseguirse un incremento del caudal por encima del correspondiente al régimen uniforme descendiendo el nivel y_2 al extremo del canal, por debajo del caído normal y_0 (curva 2, fig. 120), tal medida, en circunstancias normales, es absolutamente deficiente (fig. 120, curvas 1 y 11). En otros términos, debe tenerse muy presente que fuera de casos excepcionales, el régimen uniforme con $y_2 = y_1$ es, en la práctica, el que da lugar al caudal máximo correspondiente al nivel inicial y_1 .

El ingeniero proyectista debe cuidarse, por tanto, de no caer en el peligroso extremo de proyectar el canal estrictamente para el caudal Q en régimen uniforme, pueden, a veces, ahorrarse dinero y perturbaciones dimensionando la estructura con un margen razonable de posible

incremento de caudal, con el que hacer frente a contingencias de la explotación, de carácter urgente.

En condiciones normales, con una curva de gasto como la número 1 (fig. 120), el único modo eficaz de incrementar el caudal es aumentar el calado y_0 al comienzo del canal.

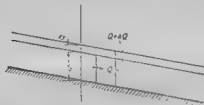


Fig. 133.

Suponemos que el calado y_0 se incrementa en Δy_0 y obtenemos el incremento de caudal correspondiente.

Para el régimen normal se tiene:

$$Q = K \sqrt[n]{y_0}, \quad K = \text{const.} = V_0,$$

donde n es el exponente hidráulico $n = N$ para y_0 dada.

$$Q = \text{const } y_0^{n/2}.$$

El incremento de caudal ΔQ debido a Δy_0 será

$$\Delta Q = \text{const } \frac{n}{2} y_0^{[\frac{n}{2} - 1]} \Delta y_0$$

de donde:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{n}{2} \frac{\Delta y_0}{y_0} \quad [118]$$

Por tanto, el incremento relativo de caudal es $\frac{n}{2}$ veces el incremento relativo de calado.

Por ejemplo, con $n = 3,6$, un incremento relativo de un 10 por 100 de caudal exige un incremento relativo de calado del 5,55 por 100.

56. CAUDAL VARIABLE —En las obras de ingeniería, el volumen de agua está frecuentemente sometido a variacio-

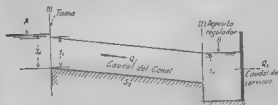


FIG. 154.—Caudales de servicio y del canal

nes rápidas, que no están siempre sujetas a un horario preestablecido. Las variaciones de caudal pueden realizarse convenientemente mediante el uso de compuertas. Aunque cuando la mancha de tales compuertas es a veces un procedimiento grueso, queda al obrero un amplio campo a la ingeniería del ingeniero practista para variar, con determinados datos, sobre las propiedades del régimen variado.

Refiéranos a la figura 154, *B* representa una cámara de carga, de la que sale el caudal de servicio Q_s , el cual puede eventualmente diferir del caudal del canal Q_c que toma éste del depósito *A*. La diferencia entre Q_s y Q_c se suple o absorbe por *B*.

Consideraremos dos casos principales:

1.º Q_s variable; Q_c constante; $Q_s \geq Q_c$. Este caso se produce cuando el caudal de entrada está limitado, por prescripción, a una cierta cantidad. Las fluctuaciones del caudal de servicio se suplen totalmente por la capacidad del depósito re-

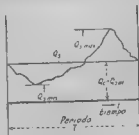


FIG. 155.—Fluctuación periódica del caudal de servicio Q_s

regulador, siendo el valor medio de Q_c en un periodo de tiempo T , igual al gasto Q_c del canal (fig. 155a).

Suponiendo el nivel l constante y la curva de gasto $Q_c = f(v_{\text{servicio}}, m) = f(v)$ conocida (véase la figura 120), el problema se resuelve adecuadamente disponiendo que las variaciones de depósito B fluctúen dentro de aquellos límites B_{max} y B_{min} , entre los que la curva de gasto es muy pendiente y la variación del calado v_2 no afecta prácticamente al gasto del canal. En ciertos casos, cuando v_1

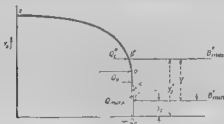


Fig. 156. Empleo de las propiedades de las curvas de gasto en un esquema en que el gasto de canal permanece prácticamente constante respecto a las fluctuaciones de nivel del depósito regulador.

es suficientemente grande, el canal puede dar rendimiento sin fluctuación sensible de Q_c , no solamente en la zona $a-b'$, sino también en una parte de la $a-b$. En conjunto, esta es una solución muy sencilla y totalmente automática.

Como ilustración, la figura 157 muestra una curva de gasto para un canal con pendiente del fondo de $5 \text{ } \frac{\text{m}}{1000}$, longitud $L = 1000$ m y $v_1 = \text{const} = 0.5$ m/s. Una oscilación de nivel B de una amplitud $Y = 0.5$ m, donde $v_{\text{max}} = 2$ m/s y $v_{\text{min}} = 0.5$ m/s hace fluctuar el caudal Q_c de 244 a 211 m³/s, es decir, menos del 13% por 100.

2.º $Q_c = Q_c$; Q_c variable.—Este caso es el opuesto al considerado anteriormente. Se prescinde de las posibilidades de acumulación en B , teniendo que tomarse el caudal de servicio Q_c cuando v en la forma que se precise, directamente del depósito A .

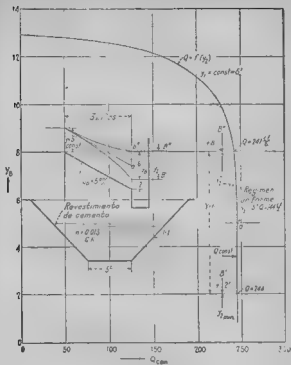
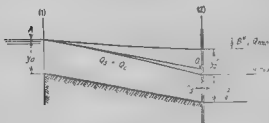
 $F_{\text{pH}} = 1.57$ 

FIG. 1528.

Refiriéndonos a las figuras 150, 158 y 159, suponiendo que la toma es libre y que el nivel A no varía, los estados límites al final del canal vendrán representados por los

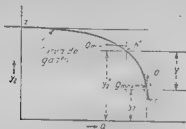


FIG. 159

caudales y'_2 e y'_1 , correspondientes, respectivamente, a $Q_{m\max}$ y $Q_{m\min}$.

El nivel y_1 o y_2 , por consiguiente, el régimen de caudal, se adaptará automáticamente al gasto, como ya se ha indicado. El inconveniente de esta disposición es que la fluctuación



FIG. 160 Empleo de las proyecciones de las curvas de gasto para asegurar en un canal fluctuaciones considerables del caudal con variaciones de nivel relativamente pequeñas en el extremo variable.

del nivel en la zona inferior puede ser considerable y presentar e inconvenientes de tipo estructural.

Las fluctuaciones de nivel pueden reducirse evitando entrar en la zona escarpada de la curva de gasto y explo-

tando el canal entre b y b_0 , como en la figura 10. Esto se realiza forzando la pendiente del fondo del canal, haciendo Q_0 (punto O) mayor que el $Q_{\text{requerido}}$. Éste es el ejemplo que sigue se aclara este punto.

EJEMPLO 20

Supongamos el caso de la figura 119, y_0 const. 2 m., y en el caudal demandado oscila normalmente entre 35 y 16 m³/sg., y en casos extremos entre 38 y 14,3.

De la Tabl. XXXIII (o de la curva 6, fig. 120), se tiene:

$Q = 38$	35	16	14,30
$y_2 = 2,35$	2,49	3,11	3,13.

En condiciones normales, la cota del nivel es $Y = 3,11 = 2,19 + 0,92$ m. Las oscilaciones máximas, $Y = 3,13 = 2,35 = 0,78$.

Por reducción a las condiciones normales la pendiente del canal, $n = 0,0005$, es $n' = 0,0005 \times 1,54 = 0,00077$. Se supone s_0 constante = 0,0002 m., y el término s_0 se calcula y_2 correspondiente a la cota que se desea. Por el primer caudal $Q = 38$ m³/sg., se tiene:

$$K_1 = 38 \times 1,54 = 58,52, \quad y_2 = 1,54 \text{ m.}$$

de donde

$$\tau = 2 \times 1,54 = 3,08, \quad \Phi(\tau_1)_{\tau_2} = 1,063, \quad \frac{s_0 L}{y_0} = \frac{1,8}{1,54} = 1,17$$

y

$$\Phi(\tau_2) = \Phi(\tau_1) + \frac{L s_0}{y_0} = 1,063 + 1,170 = 2,233,$$

que corresponde a

$$\tau_2 = 2,279; \quad y_2 = 2,279 \times 1,54 = 3,51.$$

Aplicando el procedimiento a los otros puntos, se tiene

TABLA XXXVI

	$Q \text{ m}^3/\text{s}$			
	38	35	16	14,30
H_0	1,500	1,450	653	604
z_0	1,54	1,60	0,94	0,88
h_0	1,30	1,33	2,13	2,27
$\phi(h_0)$	1,063	1,110	2,674	2,921
$S_0 L_0 v_0$	1,170	1,090	1,39	2,600
$4v_0$	2,236	2,10	4,94	4,270
α	2,279	2,54	4,004	4,281
v_0	3,510	3,4	1,764	3,767

Se ve, comparando con el caso $S_0 = 4 \times 10^{-3}$, que la amplitud de la oscilación máxima del nivel en B se reduce de 0,760 m. a 0,257 m. Sin embargo, el resultado se obtiene a costa de un aumento considerable del caudal.

57. **ACUAS VARIAS. RECAUDOS GRADUALMENTE VARIABLES.** Los problemas de gasto variable guardan relación directa con los de acumulación. En efecto, la cámara B (fig. 154) atiende las fluctuaciones del caudal variable de servicio Q_s , mientras que por la boca entra un caudal constante Q_0 . También, en relación con la figura 158, podía existir una cámara de distribución en la extremidad interior del canal para compensar en parte las fluctuaciones de Q_s , en cuyo caso, como sucede corrientemente, Q_0 y Q_s serían variables.

Finalmente, en la figura 116 se representan dos canales, posiblemente de diferente sección transversal y pendiente, con un depósito de acumulación intercalado entre ellos. En general, los tres niveles A , B y S pueden variar, contribuyendo cada uno de los tres depósitos al almar mayor. La variación del nivel en cada depósito depende de la diferencia entre el caudal que entra y el que sale. Por ejemplo, la variación de nivel en el depósito intermedio S en un lapso de tiempo Δt será:

$$\Delta y_s \cdot A_s = (Q_A - Q_B) \Delta t \quad (114)$$

donde A_s es la superficie del depósito a la altura y_s y Q_A y Q_B los gastos respectivos de los canales I y II. Análogamente, para el depósito B se tendrá a:

$$\Delta y_B = y_1 - y_2 = (Q_A - Q_B) \Delta t$$

Como los valores del gasto en un canal dependen *principalmente* de los caudales en los extremos del mismo,

$$Q_A = f_1(y_1, y_2) \quad Q_B = f_2(y_3, y_4) \text{ etc.} \quad [115]$$

Hemos dicho *principalmente* por la razón de que el movimiento que cambia con el tiempo no es permanente, así que no se trata entonces de movimiento variado, sino *variable*. Por tanto, las ecuaciones del régimen variado no son de aplicación estricta siendo válidas solo dentro de ciertas limitaciones.

La ecuación general del régimen variable-variado es, estricto del movimiento que no es un forme de sección o sección, y simultáneamente variable en el tiempo, se obtiene de la Ec. 17 añadiendo un término que refleja la aceleración del movimiento. La ecuación se convierte en

$$x = \frac{r^2}{2gH} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{2g} \right) = \frac{1}{g} \frac{\partial r}{\partial t} \quad [116]$$

En el estado actual de la ciencia no existe un método general que permita tratar los problemas de régimen variable de forma adaptable a la práctica del ingeniero, excepto en limitados casos particulares, como, por ejemplo, el de las llamadas *ondas de traslación* o intumescencias producidas por una variación brusca del caudal.

Otro caso es aquel en que la variación del régimen con el tiempo tiene lugar muy lentamente, como sucedería si las áreas superficiales de los depósitos o embalses fuesen grandes, de forma que el cambio de nivel, y, por consiguiente, de caudal, fuese apreciable solamente al cabo de un lapso considerable de tiempo. Tal movimiento puede denominarse con propiedad *lentamente variable*. El valor de la derivada $\frac{\partial r}{\partial t}$ en la Ec. [116] en tal caso puede hacerse despreciable y prescindirse de dicho término.

Esto significará que en la determinado momento t , que los caudales en los extremos de canal son y_1 e y_2 , el régimen con movimiento lentamente variable difiere solo infinitesimalmente del régimen con movimiento permanentemente variado con los mismos caudales. Con otras palabras, en el momento dado, tanto el canal como la superficie libre se suponen idénticos a los que se tendrían en el caso de que en el canal se tuviera régimen permanente uniforme. Esto, por otra parte, es válido en muchos períodos de afluencia en que se presentan casos de regulación de fluctuaciones cuyo período es de muchos días y aun de años.

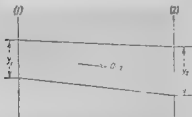


FIG. 161.—Representación simbólica del régimen lentamente variable y curva de gasto del Ejemplo 30.

Por otro lado, hay muchos casos, por ejemplo, en instalaciones hidroeléctricas con ríones subitos de carga, donde no prevalece el régimen lentamente variable, y los que es necesario investigar el efecto que tiene en cuenta los fenómenos de ondas e intumescencias.

Nos ocuparemos aquí solamente de problemas de movimiento lentamente variado, que, como queda dicho, se supondrá idéntico al que tendría lugar con los caudales y_1 e y_2 con movimiento permanentemente variado. Esto significa que para cualquier combinación de niveles son aplicables las curvas de gasto tal como se han estudiado y representado en las figuras 115, 127 y 132.

Los problemas de acumulación se resuelven dividiendo el proceso de llenado o vaciado de un depósito en pequeños períodos de tiempo dados por incrementos del

mento de caudal de modo que para todos los Q_1 :
 $Q_2 < 1,83 Q_1$ se supone constante e igual a $41 \text{ m}^3/\text{sg}$.

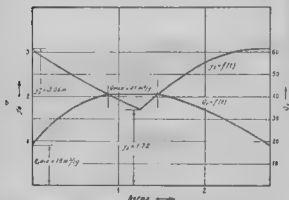
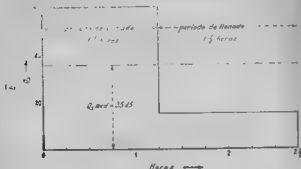


FIG. 163. a) Diagrama del caudal de servicio del Ejemplo 30
 b) Curvas de gasto del canal y calados en función del tiempo

En la figura 163, a, se dibuja el diagrama de tiempos del caudal de servicio que se toma del depósito B, el cual tiene una superficie de $75\,000 \text{ m}^2$.

1.º Determinar los límites de fluctuación del nivel y_B , y_2 en el embalse regulador y con estos los límites de variación del caudal del canal Q_c .

2.º Dibujar el diagrama que represente la variación de y_B y Q_c en el tiempo.

En la figura 162, y_2 e y'_2 designan, respectivamente, los niveles máximo y mínimo en el depósito B cuando se opera sobre el diagrama de tiempos de servicio (fig. 161). Evidentemente, y_2 será alcanzado al final del periodo de llenado, cuya duración es $1\frac{1}{2}$ horas, con $Q_c = 15 \text{ m}^3/\text{sg}$. El nivel inferior y'_2 se producirá al final del periodo de vaciado, la duración del cual es de $1\frac{1}{2}$ horas, con $Q_c = 60 \text{ m}^3/\text{sg}$. Es, además, evidente que en ningún momento puede el caudal del canal bajar del caudal mínimo de servicio, al que corresponde en la curva de caudales $v_2 = 3,08 \text{ m}$. Por tanto, $y_B = 3,08$ es el máximo nivel posible en B .

Periodo de vaciado.—El diagrama de tiempos tiene por ecuación

$$\Delta y_B \times 75\,000 = (60 - Q_c) \Delta t,$$

o si, como conviene en tales casos, se mide el tiempo en minutos:

$$\Delta t = \frac{75\,000}{60} \times \frac{\Delta y_B}{60 - Q_c} = 1\,250 \times \frac{\Delta y_B}{60 - Q_c}.$$

Calculamos a continuación dicha curva hacia abajo, comenzando por $v_B = 3,08$. Fijamos un intervalo de calados $\Delta v_B = 0,28$ entre $v_B = 3,08$ y $v_B = 2,80$. De la curva de gasto tomamos los caudales correspondientes a los niveles al principio y al final del intervalo de calados, que son: $Q_c = 15 \text{ m}^3/\text{sg}$, y $Q_c = 31 \text{ m}^3/\text{sg}$, con un valor medio para el intervalo de $Q_c = 37 \text{ m}^3/\text{sg}$. El tiempo en el que el nivel desciende de 3,08 a 2,80 será:

$$\Delta t = 1\,250 \times \frac{0,28}{37} = 9,45 \text{ min.}$$

Aplicando el procedimiento a sucesivos intervalos de calado se tiene:

TABLA XXXVII

y_B	Q_c	60 Q	$M_{100} \approx$ $\frac{Q_c}{Q}$ dividido por 60 Q	Δy_B	Δt_{min}	t_{min}
3,08	15,0	45,0				0,00
			37,00	0,28	9,45	
2,80	31,9	29,0				9,45
			27,15	0,20	9,22	
2,60	34,7	25,3				18,67
			23,90	0,20	10,45	
2,40	37,5	23,5				29,12
			21,50	0,20	11,61	
2,20	39,5	20,5				40,73
			20,00	0,20	12,50	
2,00	40,5	18,5				53,23
			19,25	0,17	12,98	
1,80	41,0	18,0				66,21

La última columna, que es la suma de los t_{min} de las columnas precedentes, da el tiempo requerido para descender el nivel desde la cota 3,08 m. hasta la cota 1,80 m. en el canal a proyectar.

La tabla se extiende hasta las cotas 1,80 m. y 1,60 m. Para el caso de la cota 1,60 m. con $Q = 41$ el tiempo requerido para bajar a una velocidad constante de

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{60 - 41}{1250} = 0,0163 \text{ m/minuto}$$

La curva $(1, y_B)$ es prácticamente la misma que la curva (1).

Curva de llenado. La ecuación de la curva de llenado es:

$$\Delta t = 1250 \frac{\Delta y_B}{Q} \text{ min}$$

En la Tabla XXXVIII se resumen las etapas del cálculo

TABLA XXXVIII

y_B	Q	Q_0-15	M. ha en el intervalo 15 min.	Δy_B	Δt	t
3,08	15,0	0,0	0,00
			8,00	0,28	43,7	
2,80	31,0	16,0	43,70
			17,85	0,30	14,00	
2,60	34,7	19,7	57,70
			21,10	0,30	11,84	
2,40	37,5	22,5	69,54
			23,50	0,30	10,63	
2,20	39,5	24,5	80,17
			25,00	0,20	10,00	
2,00	40,5	25,5	90,17
			25,75	0,17	9,61	
1,83	41,0	26,0	99,78

Se observará que la tabla está construida en dirección opuesta al movimiento real del nivel, de forma que los valores de t en la última columna son los que se obtienen al ir bajando el nivel del agua desde el primer valor de Q en la primera columna. Por ello, los valores de t en la última columna son los que corresponden al nivel de 1,83 m, bajando con una velocidad uniforme.

$$\frac{\Delta y_B}{\Delta t} = \frac{41 - 15}{1250} = 0,0208 \text{ m/minuto}$$

La curva se representa en la figura 164, curva 2.

Los límites de fluctuación del nivel.—Supongamos, como primer lugar, $y_k = 1,7$ m. En 14 horas el vaciado V (diagrama 163, a) se habrá descendido, conforme a la curva 1 (fig. 164), de 3,08 a $y_B = 1,70$ m.

Según la curva de llenado, la distancia, en tiempo, entre el nivel 1,7 y el 3,08 es 102 min., que excede al tiempo de 90 min. supuesto en el diagrama de llenado (fig. 163, a).

Esto significa que el nivel inicial 3.08 m. se ha supuesto demasiado alto.

Supongamos, en segundo lugar, $v_B = 2.90$. En $1\frac{1}{4}$ horas de vaciado desciende el nivel de 2.90 a 1.60 m. El tiempo, según la curva de llenado, entre los niveles 1.60 y 2.90 m., es de 74 min., menor que el supuesto de 90 min. Ello indica que una ligera variación en el estado inicial ejerce un pronunciado efecto en el tiempo de rellenado por

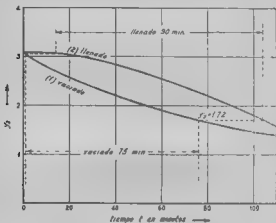


FIG. 164. —Curvas de tiempos de llenado y vaciado relativas al Ejemplo 30.

la razón de que en las proximidades de $y_B = 3.08$ m. la diferencia entre Q_i y Q_e es muy pequeña y la curva muy tendida. Evidentemente, el nivel real v'_B está entre 2.90 y 3.08. El problema se resuelve hallando un par de calados tales como v_B e y_B cuyo intervalo de tiempo, según las curvas de vaciado y llenado, sea, respectivamente, de 75 y 90 minutos. En nuestro caso particular, como se representa en la figura 164, la condición queda satisfecha con aproximación suficiente para $v_B = 3.06$ e $y_B = 1.72$.

Como se ve, la variación total de nivel es $3.06 - 1.72 =$

$= 1,34$ m., con una variación del caudal de servicio entre un máximo de $41 \text{ m}^3 \text{ sg.}$ y un mínimo de $18 \text{ m}^3 \text{ sg.}$ Una vez determinados los puntos inicial y final se puede dibujar por puntos, con auxilio de las curvas de la figura 164, el diagrama de v_B y Q_B , que, en unión del diagrama de servicio, proporciona una representación completa del funcionamiento de la instalación (fig. 165, b).

Evidentemente, las curvas de la figura 164 pueden emplearse para cualquier otro tiempo fijado del diagrama de servicio, siempre que en el período de vaciado y llenado los caudales de servicio sean los mismos.

CAPITULO XV

CANALES CON FUERTE PENDIENTE DE SOLERA

Los canales con pendiente fuerte del fondo, suprimo a la crítica $x_c > x_0$, que en lo mayor de los casos son de corta longitud, se cumplen en rápidos, canales de fricción, a travieseros, verticales y otras estructuras análogas.

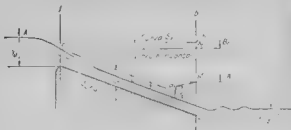


Fig. 165.—Cauce con fuerte pendiente.

4

58. GASTO Y CONDICIONES DE TOMA. En la figura 165 y_0 es la profundidad del depósito A antes del umbral, y_0 , el caído en el canal con régimen uniforme. Para $x_c > x_0$, y_e es $< y_0$. La superficie libre corta a la línea de caído crítico en las proximidades del punto C y se aproxima a la línea de calado normal según una curva descendente del tipo S_2 . Como anteriormente se ha expuesto, la zona de transición no ofrece ondulaciones. La lamina libre pasa de convexa a cóncava en el punto de inflexión, que es el de corte con la línea de calado crítico.

Cuando la entrada es libre, es decir, cuando no es afectada por el nivel inferior, la toma se asimila a un vertedero. El gasto del canal está únicamente condicionado al caudal

de entrada, que es, simplemente, el gasto del vertedero

$$Q = Q_{\text{ent}} = b \cdot m \cdot V \sqrt{2g} \left(y_0 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \quad [117]$$

donde b es el ancho del vertedero y v_0 la velocidad de llegada.

Otra característica del régimen hidráulico en estos canales es la relativamente corta longitud de la curva de depresión $c-o$, la cual puede considerarse como una zona de transición en la que el calado alcanza rápidamente el valor mínimo y_0 . Por ello, cuando se proyectan canales rápidos, e, incluso, sin más complicaciones, puede operarse con el caudal normal, como calado mínimo para paso de embarcaciones o materias fértiles, etc.

Efecto del régimen aguas abajo. Al subir el nivel aguas abajo (B en la fig. 165) se forma un resalto a entre d_1 y d_2 en un enlace, con arco de curva S_1 , entre a_1 y b . El régimen encima del resalto (a la izquierda de d_1) no vendrá afectado por lo que ocurra debajo.

Cuando el nivel sube, el resalto avanza hacia arriba, manteniendo su altura y forma, en tanto como sobre la zona de movimiento uniforme, hasta llegar a punto a (sección 2). Desde a por delante el resalto seguirá ascendiendo, disminuyendo de altura. Como ya se ha explicado anteriormente, la altura del resalto para el calado crítico es infinitamente pequeña (p. 6). El nivel b_1 , que determina una curva S_1 que termina en c , es el límite teórico por encima del cual se produce el régimen de vertedero sumergido, en cuyo caso el régimen aguas abajo tiene un efecto directo sobre el caudal de entrada.

59. TRANSICIÓN A AGUAS ABAJO. Un problema interesante en proyectos hidráulicos es establecer la transición entre el agua que fluye por un rápido y la superficie de contraembalse. En canales de descarga de aliviaderos se pretende la anulación de la energía, siendo este caso análogo al del resalto al pie de una presa (V. capítulo XXI). Una modalidad particular se presenta cuando el canal de fuerte pendiente forma parte de un rápido u otra estructura destinada al paso de embarcaciones desde el nivel superior

al inferior. Cuando el nivel B es suficientemente bajo, se forman ondulaciones (fig. 165).

Las condiciones de transición, por otro lado, se hacen desfavorables cuando, al subir el nivel, se forma el resalto. El rulo de agua que se forma al pie del resalto puede constituir una barrera infranqueable y siempre un obstáculo peligroso.

El autor ha encontrado práctico, en algunos casos, el intercalar entre la zona de pendiente fuerte y el embalse una zona neutralizadora con una pendiente $s_0 = s$ (véase la figura 166), cuyo efecto es provocar que el agua que dis-

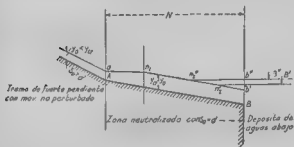


FIG. 166.

curre por ella entre en régimen crítico, en cuyo caso no puede formarse el resalto. Según el artículo 30 (curvas de clase C), las superficies libres teóricas $a-n_1$ entre $y_a = y_c$, así como n_2b entre y_c y el embalse inferior, serán rectas horizontales. Cuando el nivel B sube, la línea horizontal n_2b ascenderá igualmente sin perturbación apreciable en n_2 , donde teóricamente se forma un resalto de altura cero.

EJEMPLO 31

Un rápido ha de comunicar los niveles A y B (fig. 167). El nivel A se mantiene constante 10 m. sobre el estado inferior de B , al que se da la cota cero. El nivel de aguas abajo fluctúa 3 m. La sección es rectangular, de 6 m. de

ancho, con un calado mínimo de 0,80 m. La velocidad media no debe exceder de 16 Km hora $\sim 4,5$ m sg. y el volumen de agua empleado debe ser inferior a 25 m³ sg.

Para economizar longitud y reducir la velocidad se aumenta la rugosidad, revistiendo la solera y cajeros con

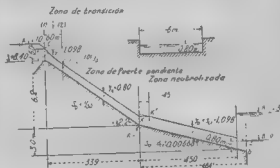


FIG. 167.—Rápido del Ejemplo 31.

mampostería tosca, que se supone eleva el coeficiente ϕ de Bazin a 0,85.

En régimen uniforme se tendrá:

$$a = 6 \times 0,80 = 4,80 \text{ m}^2; \quad p = 7,60; \quad R = 0,63 \text{ m.}; \quad C = 42$$

Con $v_{\text{máx}}$ dado determinamos:

$$s_0 = v^2 C^2 R = 4,5^2 42^2 0,63 = 0,0183$$

$$Q = 4,80 \times 4,5 = 21,6 \text{ m}^3 \text{ sg.}; \quad q = 3,6 \text{ m}^3 \text{ sg}$$

Condiciones en la toma —Suponiendo un coeficiente $\mu = 0,6$ se tiene:

$$y_*^{3/2} = q \sqrt{\frac{2}{3}} \mu \sqrt{2g} \quad \text{de donde} \quad y_* = 1,60 \text{ m.}$$

Longitud de la curva de transición (c-o en la fig. 167) — El calado crítico

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{3,6^2}{9,81}} = 1,098 \text{ m.}$$

Los elementos hidráulicos correspondientes al régimen crítico son:

$$a_{cr} = 6 \times 1,098 = 6,588 \text{ m}^2.$$

$$\phi = 6 + 2 \times 1,098 = 8,196 \text{ m.}$$

$$R = 0,8 \text{ m.}; C = 44,6$$

$$s_{cr} = g C^2 / \phi^3 = 9,81 \cdot 44,6^2 / 8,196^3 = 0,00668.$$

La pendiente crítica para $v_0 = 0,80$

$$s_0 = 0,81/42^3 \times 7,6076 = 0,007$$

El valor medio de

$$s = s_0 + s_{cr} = 0,0183 + 0,00668 = 2,7.$$

Para determinar el exponente hidráulico se tiene

$$(v_{cr}/v_0)^3 = (K/K_0)^2 = s_0/s_{cr} = 2,7$$

$$\frac{v_{cr}}{v_0} = \frac{1,098}{0,80} = 1,37$$

de donde

$$n = \frac{\lg 2,7}{\lg 1,37} = 1,20.$$

Empleando los valores de la Tabla IA se tiene una longitud de curva entre $x_1 = v_0/v_1 = 1,37$ y $x_2 = 1,01$

$$l = \frac{y}{s_0} \left[1,01 - 1,37 - 1 + 2,7 - 1,20(1 - 0,272) \right] = \\ = 1,37 \frac{0,8}{0,0183} = 60 \text{ m.}$$

Tramo neutralizador — Los elementos son, v_{cr} y s_0

$$1,098 \text{ m.}, s_0 = s_{cr} = 0,00668, v_{cr} = \frac{3,6}{1,098} = 1,26 \text{ m/sg.}$$

La longitud mínima teórica de este tramo será:

$$l_n = \frac{3}{0,00668} + \frac{1,098 - 0,80}{0,00668} = 150 + 45 = 195 \text{ m.}$$

Longitud del tramo pendiente,

$$l_p = \frac{6,20}{0,0183} = 339 \text{ m.}$$

El perfil teórico se representa en la figura 167.

En problemas de este tipo debe tenerse siempre en cuenta cuál es el objeto específico del cálculo y realizar est-

bajo hipótesis adecuadas. El método se aclarará comparando los dos casos extremos que conducen a las que denominaremos *curvas límites superior e inferior de remanso*.

Curva límite superior.—Supongamos que la presa de la figura 168 forma parte de una instalación hidroeléctrica. Entonces, naturalmente, la sobreelevación tendrá el valor máximo posible Z_4 . La limitación que se impone generalmente es la de que la curva de remanso no se remonte más allá de un determinado punto σ' , o que en una determinada sección w la subida del nivel no exceda de un cierto valor Z_w .

En tal caso, las hipótesis y simplificaciones de cálculo se harán con un cierto margen de seguridad, de forma que den lugar a una curva $d'-\sigma'$ de las máximas altura y elevación posibles.

Curva límite inferior.—Supongamos, por el contrario, que la presa forma parte de un dispositivo destinado a establecer condiciones de navegación. En este caso el nivel d' viene a menudo impuesto por las exigencias de calado en cierta sección v . La curva de remanso se calculará bajo las premisas y simplificaciones tendentes a que alcance la posición inferior posible $d'-\sigma'$. La curva real se encontrará entre ambas.

Ríos y torrentes (V. art. 23).—Debe recordarse que las curvas de remanso del tipo representado en la figura 168 tienen lugar solamente en «ríos», es decir, en curvas donde el régimen en condiciones naturales es tranquilo y la pendiente es inferior a la crítica ($s < s_c$). En un «torrente», caracterizado por ser rápido el régimen natural y ser la pendiente superior a la crítica ($s > s_c$), la curva de remanso $d'-\eta$ (fig. 169) será una curva convexa del tipo S_2 , terminando en un resalto η . En la práctica suele ser raras veces necesario determinar el perfil exacto de tales curvas, siendo lo importante que la totalidad de la curva y resalto se encuentren por debajo de la horizontal $d'-\sigma$. Esta línea de nivel, por tanto, se supone es el límite exterior de todas las curvas posibles. En efecto: va a verse en la práctica que la superficie curva real difiere sólo ligeramente de esta línea horizontal, siendo la razón que generalmente la pen-

diente de los cursos torrentiales no es muy superior a la crítica, por lo que la convexidad de la curva S_1 es pequeña.

Otro aspecto característico de las corrientes naturales

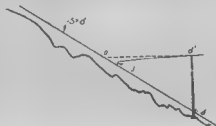


FIG. 168.—Curva de remanso en un torrente

es que el resalto γ no es tan marcado como, por ejemplo, el que se forma después de una compuerta o al pie de un vertedero. Como se aclarará en los próximos capítulos, los

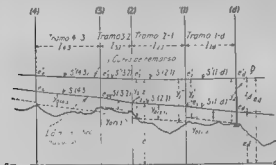


FIG. 170.—Descomposición en tramos parciales.

cursos de agua naturales, debido a su baja cinetividad, producen resaltos que ofrecen una serie de ondulaciones.

61. PROCEDIMIENTOS PRÁCTICOS.—El método usual para el cálculo de las curvas de remanso es dividir el perfil lon-

itudinal en tramos (fig. 170), haciendo la descomposición de forma que cada tramo posea una mas o menos homogénea pendiente superficial s , una anchura superficial mas o menos uniforme b , y, en general, características hidráulicas mas o menos similares. Suponiendo que dentro del tramo en cuestión existen ciertas condiciones medias, el descenso superficial entre la sección $n+1$ y la n puede tomarse

$$e_{n+1} - e_n = s' \cdot l_{n+1} = \left(\frac{v^2}{C^2 R} \times l \right)_{n+1} + \frac{v_n^2 - v_{n+1}^2}{2g}$$

El primer término representa la pérdida de altura por rozamiento, en el tramo, y el segundo es la altura ganada por transformación de la energía cinética en potencial. En una curva ascendente puede desprejiciarse el ultimo, quedando:

$$(\Delta e')_{n+1} = e_{n+1} - e_n = l^2 C^2 R \cdot l_{n+1} \quad [118]$$

Suponiendo que se dispone de los datos precisos, se puede subdividir el curso de agua en cualquier número de tramos parciales, calculando la Eq. 118 a partir de la sección d donde es conocido el sobrelevamiento e_d o la medida por la presa, determinar sucesivamente las secciones e sucesivas en cada sección, trazar la curva de remanso. Naturalmente que en la traza de trazo el problema existe un "ampliamente de calado" debido al criterio del ángulo de proyección. Si se comienza en otro caso, el procedimiento resulta enfadoso y lento.

Perfiles equivalentes. Para simplificar los cálculos, primeramente Dupuit y luego otros autores han sugerido reemplazar el curso natural, variable e irregular, por secciones transversales equivalentes de forma sencilla y regular. Así, la figura 161b da el perfil parabólico equivalente a un canalado por Foltkenta, y la figura 171a representa un perfil rectangular ampliado por Dupuit, Rühlmann, Bresse, Schaffernack y otros.

Para el cálculo de un perfil equivalente se simplifica generalmente el ancho b , mientras que el calado medio se determina para cada tramo en cuestión habida cuenta del caudal y la pendiente media superficial del tramo, supues-

to en régimen uniforme. Empleando términos adoptados en este libro, el perfil equivalente en cada tramo vendrá determinado por un coeficiente de gasto $K = Q / (v S)_{\text{equiv.}}$.

El resultado de la adopción de las secciones transversales equivalentes implicará en la figura 171 la sustitución de la línea irregular del fondo por una línea recta ideal dibujada de trazos y paralela a la superficie a una distancia igual al calado equivalente $(y_0)_{\text{equiv.}}$, correspondiente al



Fig. 171.—Perfiles equivalentes.

régimen uniforme. Se puede aplicar, para el cálculo de la curva de remanso, la Ec. 91), que, aplicada a un tramo, da:

$$(g \cdot L y_0)_{n+1, n} = \Phi(\eta)_n - \Phi(\eta)_{n+1} \quad [119]$$

Comenzando por el tramo próximo a la presa y entrando con la sobre-elevación inicial z_0 y el coeficiente v_0 dados, la ecuación [119] determina el calado y_1 y, por tanto, la velocidad v_1 en la sección 1. Pasando ahora al tramo 2-1 y conociendo el calado y_1 puede determinarse y_2 e v_2 así seguidamente.

62. MÉTODO GENERAL.—Teniendo en cuenta el método de cálculo de curvas de lámina libre expuesto en el artículo 53 puede obtenerse otro método para el cálculo de las curvas de remanso. En efecto, empleando la Ec. [119] no es preciso recurrir a ninguna sección ideal de forma geométrica definida. Lo único necesario es conocer el valor particular del exponente hidráulico n medio en el tramo en cuestión.

Si una escala y una curva de gasto $Q = kh^3$, son válidas para una determinada sección (fig. 172a), puede suponerse directamente proporcional a la curva K , siendo la des-

viación debida únicamente a la variación, en los diferentes tramos, de la pendiente superficial. La representación logarítmica de la curva de gasto es una recta de pendiente $\pi/2$ en el tramo correspondiente. Para dibujarla es preciso conocer en primer lugar la posición del punto cero o_p , a partir del cual se miden los calados en la Ec. $Q^2 = \text{const. } y^{\pi}$. Este punto puede determinarse extrapolando en la curva de gasto hasta el punto de corte o_p de ella con la vertical. $Q = 0$. Un sencillo expediente, útil en muchos casos, consiste en trazar una línea horizontal $t-t$ que parte del punto

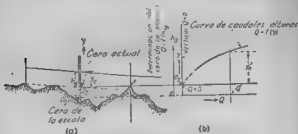


FIG. 172.—Fijación del punto cero.

más alto t anterior a la escala. El punto de intersección de dicha horizontal con la escala vertical da el punto cero o_p , para el cual $Q = 0$. Es, además, evidente que el punto cero determina directamente el respectivo calado uniforme equivalente. En efecto, para cualquier caudal Q' el correspondiente calado normal tomado de la curva de gasto será y_p .

Un estudio hidrologico detenido suministra generalmente (fig. 173) perfiles superficiales para una serie de caudales. Estos perfiles, en unión de una curva de gasto referida a una escala, son material suficiente para representar a relación $Q^2 = \text{const. } y^{\pi}$ correspondiente a cada tramo. En otros términos: con material hidrográfico idóneo al alcance pueden determinarse, para la totalidad del curso de agua en cuestión, los valores del exponente hidráulico π así como las posiciones de los puntos cero. Conocido π puede aplicarse directamente la Ec. [119] con los valores de $\Phi(x)$ correspondientes al exponente determinado.

entre los límites superior e inferior. Conviene siempre recordar la sencilla regla: a menores valores de n mayor rigidez de curva. Por consiguiente, conviene emplear el

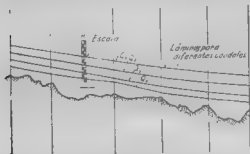


FIG. 172.

mayor menor de los valores de opción, según que interese una curva límite inferior o superior. Análogo criterio debe presidir la interpolación cuando se manejan valores n no especificados en las tablas.

Además, con relación a la pendiente de fondo, a mayor valor de v_0 mayor longitud de curva para una sobre-elevación dada Z . Por consiguiente, en la determinación

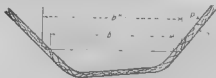


FIG. 174.—Perfiles envolventes interior y exterior.

del punto cero el proceso de extrapolación debe venir presidido por el propósito específico del proyecto.

Cuando no se dispone de suficientes datos hidrográficos, pueden dibujarse una serie de perfiles transversales (fig. 174) y determinar las envolventes interior y exte-

rior. El perfil envolvente interior dará lugar a curvas largas y altas, y el exterior, por el contrario, a curvas cortas y de menor incremento de nivel.

Método aproximado por cálculos breves. Puede también obtenerse un método rápido teniendo presente los valores reales del exponente hidráulico usualmente 1,2 y 4,5 y rara vez saca del intervalo 1-4-4. En las circunstancias, para el primer tanteo pueden tomarse los valores superior e inferior los límites dados, sin más detallado examen.

El lector comprobará que las curvas obtenidas por este procedimiento expedito no difieren sustancialmente de las que resultan con métodos más minuciosos.

PARTÉ III

HIDRAULICA DEL RESALTO

CAPITULO XVII

TEORIA DEL RESALTO

63. INTRODUCCIÓN —El resalto hidráulico, conforme se ha definido anteriormente, es un fenómeno local mediante el cual se verifica el tránsito, de una manera brusca, del régimen rápido al lento. Como se representa en la figura 175,

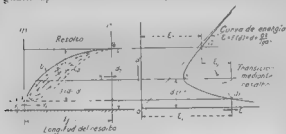


Fig. 175 El resalto hidráulico referido al diagrama de la energía específica.

donde el movimiento está referido al diagrama de la energía específica, el calado bajo d_1 antes del resalto, y el alto d_2 después del mismo, corresponden a los puntos 1 y 2 situados, respectivamente, en la rama inferior y superior de la curva de energía.

Las secciones 1 y 2 separan al resalto de las regiones adyacentes, en las que el movimiento es gradualmente variado y paralelo. La energía en las secciones 1 y 2 alcanza los valores

$$\begin{aligned} e_1 &= d_1 + \frac{Q^2}{2ga_1^3} \\ e_2 &= d_2 + \frac{Q^2}{2ga_2^3} \end{aligned} \quad [120]$$

La diferencia

$$i_1 = e_1 - e_2 \quad [181]$$

representa la pérdida de altura de la línea de energía en el resalto. Las pérdidas de energía inherentes al resalto son del tipo de las que acompañan al impacto, es decir, pérdidas que acompañan generalmente a todo cambio rápido y brusco del movimiento. Por analogía con otros fenómenos de impacto, es de esperar que estas pérdidas sean grandes en comparación con las usuales debidas al rozamiento, en régimen uniforme o gradualmente variado.

Los calados d_1 y d_2 , antes y después del resalto, se denominan *calados conjugados*. La distancia vertical $i = d_2 - d_1$ es la *altura del resalto*.

Nos proponemos en lo que sigue determinar una relación entre los calados conjugados, es decir, dados la forma del canal, el caudal Q y uno de los dos calados conjugados, determinar el otro. Las consideraciones energéticas ofrecen una explicación clara de la esencia física del fenómeno, pero no pueden servir de base para una teoría por la razón de que no existe un procedimiento directo para evaluar las pérdidas de energía en el resalto. Por otra parte, se obtiene una solución más satisfactoria aplicando el teorema de la cantidad de movimiento. Belanger, a principios del siglo pasado, fue el primero en aplicarlo al estudio del resalto, obteniendo resultados teóricos concordantes con las observaciones experimentales. En este punto no está de más llamar la atención sobre el hecho de que el teorema de la cantidad de movimiento se emplea generalmente en Dinámica de los cuerpos rígidos al estudiar el caso del impacto y que en Hidráulica se aplica a la determinación de las pérdidas causadas por un cambio brusco de forma de régimen en conducciones cerradas. Teorema de Borda).

Formas del resalto. Hay dos formas distintas en que puede presentarse el fenómeno: la forma *directa* (fig. 176) y la forma *ondular* (fig. 177).

En la forma *directa* se alcanza prácticamente la cota superior por un ascenso continuo de la superficie libre. Observado en un canal con paredes de cristal se percibe una zona de expansión subyacente, cubierta por un rulo super-

tróica), donde las partículas describen circuitos cerrados y no participan del movimiento de traslación del líquido de la sección 1 a la sección 2.

La forma *directa* es típica de resaltos de relativa altura

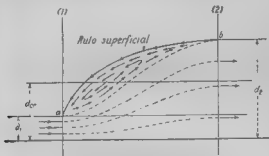


Fig. 176.—El resalto directo.

Se presenta generalmente en los resaltos que se producen en las estructuras hidráulicas.

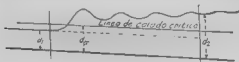


Fig. 177.—El resalto ondulatorio.

La forma *ondular* es característica de los resaltos de altura relativamente pequeña. Se observa frecuentemente en cursos naturales de agua de pendiente moderada. La transición del nivel inferior al superior tiene lugar mediante una serie de inducciones de altura gradualmente decrecientes. En casos en que el resalto es particularmente pequeño la superficie libre puede ser toda ella continua, como se representa en la figura 177. En otros casos (fig. 178) pueden formarse rulos tales como los mostrados en la primera o en varias ondas consecutivas.

Debe recordarse que el resalto, por la naturaleza de mismo, representa una ruptura del régimen, por lo que su forma sería continuo. Sin embargo, se suele considerar como fenómeno permanente solamente en el sentido de representar una forma media estable en un cierto período de

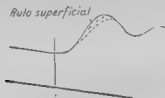


FIG. 178.

tiempo. Alrededor de estas posiciones medias se produce el fenómeno en estado de pulsación incesante. Esto se refiere tanto a la cresta como al pie de resalto, los cuales oscilan en el punto *a*, en la dirección del movimiento al de-



FIG. 179.

dor de una determinada posición media indicada por la sección (1), y el punto *b*, con componentes vertical y horizontal alrededor de la sección (2).

En tales circunstancias no siempre es fácil definir con precisión el comienzo y el final del resalto, ya que todo depende del tipo de este y de las circunstancias que rodean al fenómeno.

Por ejemplo, en el resalto directo es más exacto definir

comienzo del mismo por existir una línea de separación inconfundible entre la superficie tersa anterior y el rulo que se forma. Así, en el caso representado en la figura 179, el régimen después del resalto es con formación de una curva descendente del tipo M_2 , determinándose al final del resalto y la sección fronteriza d_1 por el punto de máximo calado d_2 .

Con relación al resalto ondular, en el caso representado en la figura 180, donde el régimen rápido antes del resalto es uniforme y el calado d_1 es v_0 y, por tanto, fácilmente medible, pero siendo la parte superior una curva ascendente del tipo S_1 , en este caso es prácticamente imposible deli-

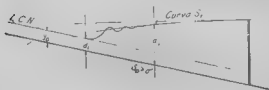


FIG. 180

mitar el fin del resalto debido a las ondas de pequeña curvatura que cubren una zona extensa.

Todas estas circunstancias afectan considerablemente a la precisión de las observaciones, siendo a considerar su efecto en los trabajos experimentales.

Un punto más me encalificaron antes de terminar estas notas preliminares. En general, hasta ahora, la teoría y las observaciones se han dirigido preferentemente a los elementos verticales del resalto, es decir, a los calados d_1 y d_2 . Por otra parte, es muy escasa la investigación existente que oriente al ingeniero sobre los elementos longitudinales tales como la longitud del resalto, la forma más o menos exacta de la superficie, etc. También se conoce poco del mecanismo interno del fenómeno, distribución de velocidades y presiones, naturaleza y carácter de las pérculas, etcétera. Hay aquí un amplio campo abierto a posibles investigaciones.

64. El TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.— Consideremos un caudal Q fluyendo por un canal prismático de forma dada (fig. 161), con pendiente horizontal. Aplicaremos el teorema de la cantidad de movimiento al líquido contenido entre las secciones 1 y 2. Siendo el régimen permanente la variación de la cantidad de movimiento en la dirección del eje X , por unidad de tiempo, es la diferencia entre la cantidad de movimiento del líquido que sale del espacio ab' —traves de la sección (2) y la correspondiente al líquido que entra por la sección (1).—sobre el fluido

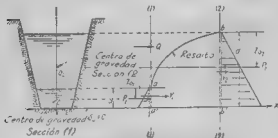


Fig. 161. Aplicación del teorema de la cantidad de movimiento.

entrante y de salida es la misma, igual a $\Delta Q g$, por consiguiente, el incremento de cantidad de movimiento por unidad de tiempo es

$$\frac{\Delta Q}{g} (v_2 - v_1) \quad [122]$$

Este incremento es igual a la impulsión de las componentes según el eje X , de las fuerzas que actúan sobre el volumen líquido considerado. Como el movimiento es estacionario la impulsión por unidad de tiempo es la suma total de las fuerzas de dirección X que actúan sobre o en el interior del volumen considerado. A continuación evaluaremos tales fuerzas.

Por ser $v_2 \neq 0$, el efecto de gravedad queda eliminado.

Nota.—La ventaja de considerar el resalto en canal con fondo horizontal es precisamente que queda eliminado el

efecto de gravedad. En el caso de que no fuera horizontal el fondo, como en la figura 182, habría que sumar a las fuerzas que contribuyen a la variación de la cantidad de movimiento la componente $w \sin \alpha = w s_{\alpha}$, donde w es el peso del volumen líquido $aa'bb'$. Esto requeriría conocer la longitud y forma del resalto, por lo que no se suele tener en cuenta. Tal aproximación, sin embargo, suele acarrear serias incongruencias.

Además, y aquí estriba la principal ventaja del empleo del teorema de la cantidad de movimiento, el efecto de todas y cada una de las fuerzas *internas* queda eliminado por

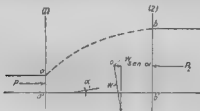


Fig. 182

la sencilla razón de que cualquier fuerza que actúa en una determinada partícula a transmitida por la inmediata b es igual y opuesta a la que a transmite a b . En resumen, todos estos pares de fuerzas iguales y opuestas se anulan, quedando la suma de todas las fuerzas reducida a la de las fuerzas exteriores, que son, en nuestro caso:

1.º Las resultantes P_1 y P_2 de las presiones hidrodinámicas que actúan sobre las secciones a_1 y a_2 .

2.º Las fuerzas externas de rozamiento Σf_{ext} que actúan en la dirección opuesta al movimiento sobre la superficie del volumen líquido.

Como el movimiento en las secciones 1 y 2 se supone paralelo, la distribución de presiones hidrodinámicas en dichas secciones sigue la ley hidrostática. Por tanto, P_1 y P_2 son, respectivamente, iguales a $\Delta a_1 \sigma_{01}$ y $\Delta a_2 \sigma_{02}$, donde σ y σ son las áreas transversales, mientras que σ_{01} y σ_{02}

son las distancias de los centros de gravedad respectivos a la superficie libre. El teorema de los momentos establece:

$$\frac{\Delta Q}{g} (v_2 - v_1) = P_1 - P_2 - \Sigma f_x.$$

El único elemento indeterminado es la componente del rozamiento externo Σf_x . La hipótesis más simplista es la de suponer que estas fuerzas, debido a que es relativamente pequeña la longitud del resalto, son pequeñas comparadas con las internas, que son las causantes de la mayor parte de la pérdida de energía en el resalto, despreciándolas, por tanto. Esta hipótesis está sustentada por la experiencia, y, como luego se verá, la altura del resalto, determinada por el teorema de la cantidad de movimiento despreciando Σf_x , sólo es ligeramente superior a la observada en casos reales.

Suprimiendo Σf_x y sustituyendo Q/a por v se tiene:

$$\frac{\Delta Q}{g} \left(\frac{Q}{a_2} - \frac{Q}{a_1} \right) = a_1 v_1 - a_2 v_2,$$

que puede ponerse en la forma:

$$\frac{Q^3}{ga_2} + a_2 v_2 = \frac{Q^3}{ga_1} - a_1 v_1. \quad [121]$$

La ecuación, de forma análoga en uno y otro miembro, sugiere que los calados conjugados d_2 y d_1 corresponden a dos valores iguales de una cierta función

$$M_1(d) = \frac{Q^3}{ag} + ax_0 \quad [122]$$

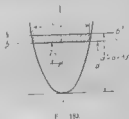
o, en otros términos, que la Eq. [121] puede ponerse en la forma

$$M_1(d_1) = M_1(d_2) \quad [123]$$

Evidentemente, la curva M_1 tendrá dos ramas. Es, además, fácil demostrar que análogamente a la curva de energía $e = f(d)$, la curva M_1 tiene un mínimo que corresponde al calado crítico. En efecto:

$$\frac{\partial M_1}{\partial d} = - \frac{Q^3}{ga^2} \cdot \frac{\partial a}{\partial d} = \frac{\partial}{\partial d} (ax_0) \quad [124]$$

El primer término en virtud de la Ec. (125) es igual a $\frac{1}{2} \rho g a^2$. El segundo es la derivada del momento estático de la sección transversal con relación al calado d . El valor de esta derivada puede obtenerse teniendo en cuenta la figura 183: sea as_0 el momento estático del área a , correspondiente al calado d , con relación a la línea de superficie libre $b-b$. Al sufrir el nivel un incremento δd , el momento con relación a la nueva línea $b'-b'$ será:



$$as_0 + \delta d = a \frac{\partial s_0}{\partial d}$$

Despreciando el segundo término, de grado superior, el incremento de momento estático es

$$\delta(as_0) = a(s_0 + \delta d) - as_0 = a\delta d,$$

de donde

$$\delta(as_0) / \delta d = a \quad (187)$$

y sustituyendo en la Ec. (126)

$$\frac{\delta M_1}{\delta d} = -\frac{Q^2 b}{ga^3} + a$$

El valor mínimo de $M_1(d)$ corresponde a

$$\frac{\delta M_1}{\delta d} = a \left(1 - \frac{Q^2 b}{ga^3} \right) = 0$$

La expresión entre paréntesis es idéntica a $\delta E / \delta d$ (ecuación 26)], lo que demuestra que la expresión $M_1(d)$ pasa por un mínimo a la vez que la línea de energía, es decir para el calado crítico.

Cuando se dan la forma del canal, y el caudal Q puede calcularse y dibujarse la curva M_1 por puntos (fig. 184). Cualquier vertical I que corte a la curva M_1 en los puntos 1_M y 2_M determina un par de calados conjugados d_1 y d_2 . Evidentemente, hay un número infinito de posibles cala-

dos conjugados, correspondiendo cada par a una posibi-

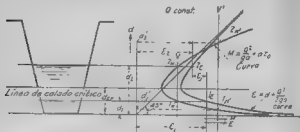


FIG. 184.—La curva $M(d)$ con el diagrama de energía

vertical. A cada valor d_1 corresponde uno y sólo un d_2 conjugado d_2 , y viceversa.

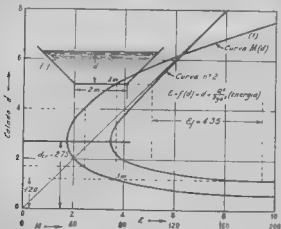


FIG. 185. Curvas $M(d)$ y $E(d)$ para un canal trapezoidal. Fuente: Empujes 32

Si, además de la curva $M_1(d)$, dibujamos la curva de energía referida al mismo caudal Q , mediante ambas cur-

vas puede determinarse para cada caso la correspondiente pérdida de energía. En efecto: trazando horizontales por los puntos 1_M y 2_M cortaran a la curva de energía en los puntos 1_e y 2_e , cuya distancia en horizontal, $\epsilon_1 - \epsilon_2 = z_1$, es la pérdida de energía en el resalto.

EJEMPLO 32

Un caudal $Q = 50 \text{ m}^3/\text{sg.}$ discurre por el canal de la figura 14.

Cuestión 1.ª Calcular y dibujar la curva $M(d)$.

Refiriéndonos al Ejemplo 3, el calado crítico es, en nuestro caso, $d_c = 2,75 \text{ m.}$ Para calcular $M_1 = \frac{Q^2}{ag} + az_1$, se tiene:

$$Q^2/ag = 50^2/a \cdot 9,81 = 275/a$$

$$z_1 = \frac{d \left(1 + \frac{d}{3} \right)}{2 + d}$$

Los cálculos se resumen en la Tabla XXXIX.

La curva se representa en la figura 145 (curva 1) juntamente con la curva de energía cuyos elementos se han tomado de la Tabla IV.

Cuestión 2.ª En las circunstancias anteriores de ejemplo, hallar el calado d_2 conjugado con $d_1 = 1,20 \text{ m.}$ Hallar también la pérdida de energía en el resalto.

En la figura 145 se traza una vertical por el punto 1_e de la curva M correspondiente a $d_1 = 1,20$. La intersección con la rama superior en 2_M determina el calado conjugado $d_2 = 5,00$. La altura del resalto es $\eta = 5,00 - 1,20 = 3,80 \text{ m.}$

Trazando las horizontales por 1_M y 2_M se tiene:

$$\epsilon_1 = 9,50 \text{ y } \epsilon_2 = 5,15.$$

La energía perdida en el resalto es $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 9,50 - 5,15 = 4,35 \text{ m.}$ El cociente

$$\epsilon_2/\epsilon_1 = 0,542$$

mide la proporción de energía primitiva que subsiste en el líquido después del resalto. Evidentemente, $1 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 0,458$

expresa la proporción de energía inicial, disipada en los remolinos y riuos que acompañan al rápido cambio de régimen.

TABLA XXXIX

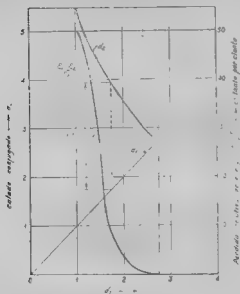
d	n	v	Q_0/m	z_0	z_{00}	$M(d)$
0,50	1,25	40,000	220,000	0,234	0,201	240,201
1,00	3,00	15,666	51,666	0,444	0,33	93,000
1,50	5,25	9,524	52,381	0,647	0,476	11,767
2,00	8,00	6,250	34,375	0,847	0,606	11,441
2,50	11,25	4,444	24,444	1,018	1,147	17,896
3,00	15,00	3,333	18,333	1,200	1,870	26,333
3,50	19,25	2,597	14,286	1,478	2,636	39,811
4,00	24,00	2,083	11,429	1,855	3,420	48,779
4,50	29,25	1,709	9,402	2,331	4,264	60,033
5,00	35,00	1,429	7,857	2,905	5,657	74,332
5,50	41,25	1,212	6,666	3,677	6,677	92,342
6,00	48,00	1,042	5,729	4,550	7,687	115,729
7,00	63,00	0,749	4,318	6,501	9,296	167,861
8,00	80,00	0,625	3,437	8,943	11,446	238,077
9,00	99,00	0,505	2,777	11,273	14,027	325,804
10,00	120,00	0,417	2,282	13,611	16,720	435,612

Cuestión 1.ª Suponiendo que la cota z_2 después de resalto es $d_2 = 1$ m, determinar el caudal Q_1 correspondiente.

Este es el problema inverso de la vertical (fig. 185) trazada por el punto correspondiente a $z_2 = 1$ m corta a la rama inferior en el punto correspondiente a $z_1 = 1,70$ m.

65. LAS CARACTERÍSTICAS Q_{conat} DE RESALTO. Aplicando el procedimiento indicado en el ejemplo anterior a una serie de verticales, se pueden resumir las características de todos y cada uno de los resaltes que pueden presentarse en un canal dado con el caudal dado Q mediante una serie de curvas que pueden denominarse propiamente *características Q_{conat}* .

En relación con la figura 185, en la Tabla XI, se acompañan los elementos de las características para $Q_{conat} = 50$ m³/sg.



los cuales se representan en la figura 186.

TABLA XL

d_1	d_2	σ_1	σ_2	$f = \sigma_1 - \sigma_2$	f/M_1	$\sigma_1 - \sigma_2$	σ_1/σ_2	$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1}$ porcentaje
1.50	5.00	9.50	5.10	4.40	3.17	4.35	0.542	45.80
2.00	4.50	8.12	4.50	3.60	2.06	1.62	0.735	26.50
2.50	4.00	6.44	4.00	2.44	1.39	0.70	0.960	6.75
3.00	3.50	4.80	3.50	1.30	0.92	0.17	0.983	1.50
3.50	3.00	3.75	3.00	0.75	0.68	0.05	0.998	0.50
4.00	2.50	3.20	2.50	0.70	0.40	0.02	0.995	0.50

CAPITULO XVIII

EL RESALTO EN UN CANAL RECTANGULAR

66. RELACIONES FUNDAMENTALES. El resalto gradual en un flujo, considerado en el capítulo precedente, es completamente general y puede aplicarse a resacas o canales prismáticos de forma cualquiera. Sin embargo, en estos casos particulares puede relacionarse con mucha mayor provechamiento paramétrico a las Ecs. En caso más importante es el del canal de sección rectangular.

Supongamos un canal de Q que fluye por un canal rectangular de ancho b , cuya sección es horizontal.

La Ec. [121] para un canal rectangular en el que

$$a = bd; \quad z = d/2; \quad Q = qb; \quad d^3 \sigma = q^2/g$$

es

$$M d = \frac{Q}{gd} + \frac{bd^2}{2} \sigma \left(\frac{q^2}{d} - \frac{d^2}{2} \right)$$

y la Ec. [125]:

$$\frac{q^2}{gd_1} + \frac{d_1^2}{2} = \frac{q^2}{gd_2} + \frac{d_2^2}{2}$$

de donde

$$d_1^2 - d_2^2 = \frac{2}{g} \left(\frac{q^2}{d_1} - \frac{q^2}{d_2} \right) \quad [126]$$

La solución de esta ecuación cuadrática es

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{d_2}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gd_2^3}} \right] \\ d_2 &= \frac{d_1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gd_1^3}} \right] \end{aligned} \quad [127]$$

Además, si alocamos el valor de q^2/g de la Ec. [126] y sustituyendo en

$$z = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_1 + d_2}{2} + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} \right)$$

y haciendo transformaciones se obtiene la pérdida de energía en el resalto

$$e_d = (d_2 - d_1)^3 / 4d_1 d_2 \quad (130)$$

Finalmente, empezando en la Ec. [129] y g por d^3 se tienen las ecuaciones en la forma:

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{d_1}{2} \left\{ 1 + \left[1 + 8 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^3 \right]^{1/2} \right\} \\ d_1 &= \frac{d_2}{2} \left\{ -1 + \left[1 + 8 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (131)$$

67. FORMA GENERALIZADA DE LA ECUACIÓN. La ecuación título 27 se puede obtener al combinar la ecuación del *regimen*, representada por el factor

$$\lambda = \frac{v^3 2g}{d}$$

Para un canal rectangular

$$\lambda = \frac{v^3}{g} = q^3 / d^2$$

y la Ec. [129] toma la forma:

$$\begin{aligned} d_2 d_1 &= \frac{1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_1} \right] / \lambda_1 \\ d / d_2 &= \left[-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (132)$$

Las expresiones anteriores se pueden escribir en términos de energía del flujo y después de reordenar

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{2} \frac{d_2}{d_1} \left(\frac{d_1}{d_2} - 1 \right) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} \frac{d}{d_2} \left(\frac{d_2}{d} - 1 \right) \end{aligned} \quad (133)$$

Los valores conjugados de λ_1 y λ_2 sustituyendo d_1 de la Ec. [132] en

$$\lambda_2 = d_2 / d_1^2 = d / d_1^2 = d_1 / d_2^2 = \lambda \left(\frac{1}{\lambda_1 d_1} \right)^2$$

aplicando la operación para $\epsilon_2 = \epsilon_1 \left(\frac{1}{d_2/d_1} \right)$ se obtienen las relaciones simétricas:

$$\begin{aligned} k_1 &= 8\lambda_2 / (-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2})^2 \\ \epsilon_2 &= \epsilon_1 \cdot (-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2})^2 \end{aligned} \quad [134]$$

talas que los factores cuadráticos de ϵ_2 y ϵ_1 representan un par de raíces conjugadas de ϵ_2/ϵ_1 .

Rechenando en $\epsilon_2/\epsilon_1 = 1/\lambda_2$ se obtiene la relación ϵ_2/ϵ_1 en función de λ_2 que puede ser calculada en función de λ_1 y ϵ_1/ϵ_2 . Puede expresarse también en función de λ_1 y ϵ_1/ϵ_2 . Se tiene:

$$\epsilon_2/\epsilon_1 = \epsilon_2/d_1 \cdot d_1/\epsilon_1 = \epsilon_2/d_2 \cdot d_2/d_1 \cdot d_1/\epsilon_1$$

Substituyendo $d_1/d_2 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_2}$ y $d_2/d_1 = \sqrt{\epsilon_2/\epsilon_1}$ obteniendo en consecuencia que

$$d_1 \left(1 + \frac{\lambda_2}{2} \right) = 1 + \frac{\lambda_2}{2} \quad \text{y} \quad \frac{d_1}{\epsilon_1} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{2}}, \quad \text{y que, por otra parte,}$$

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 1 + \frac{\lambda_2}{2} = 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{8\lambda_2}{-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2}} \right]$$

se tiene:

$$\epsilon_2 = \left[1 + \frac{1}{-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2}} \right] \left[\frac{1}{2} (-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_2}) \right] \left[1 + \frac{\lambda_1}{2} \right]$$

que después de transformaciones convenientes toma la forma

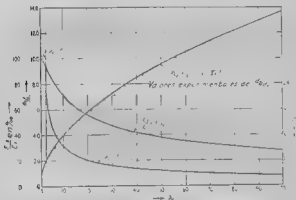
$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_1}) + \frac{2\lambda_1}{(-1 + \sqrt{1 + 8\lambda_1})^2}}{1 + \frac{1}{2}\lambda_1} \quad [135]$$

La pérdida en $\epsilon_2/\epsilon_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$, donde $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ se saca de la Ec. [135].

Las ecuaciones [132] y [135] no están limitadas por ninguna circunstancia particular del régimen. Son adimensionales y pueden aplicarse en general a resaltos en capa-

les rectangulares, expresando la relación fundamental entre los elementos en función de la coordenada generalizada adimensional, el factor λ . Representadas gráficamente (figura 187), son de aplicación para los resaltes en canales rectangulares formados bajo todas las condiciones posibles.

En lo que sigue se emplean las curvas de la figura 187 a la solución de diferentes problemas prácticos.



En 187 Curvas características para resaltes en canales rectangulares, en función del factor λ . Los puntos señalados por círculos representan valores experimentales de d_0/d_1 obtenidos por el autor.

EJEMPLO 33

Supongamos un caudal de $20 \text{ m}^3/\text{sg}$ moviéndose por un canal rectangular de 5 m de ancho.

Cuestión 1.^a Dado $d_1 = 0.25 \text{ m}$, determinar el caudal conjugado d_2 y las pérdidas relativas en el resalto.

Se tiene:

$$q = 20/5 = 4 \text{ m}^3/\text{sg} \quad v = \sqrt{16/0.81} = 1.18 \text{ m}.$$

El factor cinético para $d_1 = 0.25 \text{ m}$

$$\lambda = 1.18/0.25 = 105$$

De la curva d_2/d_1 (fig. 187) se obtiene para $\lambda_1 = 105$,

$d_2/d_1 = 14$ y $\alpha_2/\alpha_1 = 0,266$, por tanto, $d_2 = 0,25 \times 14 = 3,5$ m.

La energía inicial $\alpha_1 = d_1 \left(1 + \frac{v^2}{2g}\right) = 0,25 \left(1 + \frac{105}{2}\right) = 13,375$ m.

La energía después del resalto es $\alpha_2 = 0,266 \times 13,375 = 3,557$ m. La pérdida de energía es $\epsilon = 13,375 - 3,557 = 9,818$ m., o sea el 73,4 por 100.

Cuestión 2. Determinar el calado d_1 que corresponde a $d_2 = 1,50$ m. Se tiene:

$$\alpha_2 = d_2 \alpha_1/d_1 = (1,18/1,5) = 0,485$$

El correspondiente valor de d_1/d_2 es 10,31, por tanto,

$$d_1 = 1,5/10,31 = 0,145 \text{ m.}$$

68. LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS α_1 = CONSTANTE. Sirven para determinar las características de los resaltos sometidos a la condición de que la energía α_1 en la sección ante

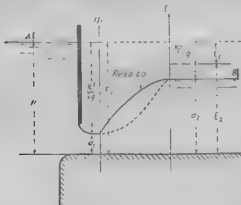


FIG. 188.

por el mismo término constante. Este caso se presenta con cierta aproximación en los resaltos formados aguas abajo de una compuerta (fig. 188), en la hipótesis de que permanezca constante el nivel ℓ delante de la misma v , por consiguiente, la altura H . Si además, se desprecian los co-

Los momentos existentes entre el depósito 1 y la sección 1, la energía e_1 en la sección 1 será constantemente igual a

$$H = d_1 + \frac{v_1^2}{2g}.$$

Alzando o bajando la compuerta varía d_1 y con éste las demás características del movimiento. Por ejemplo, cuando la compuerta sube, la velocidad v_1 disminuye y el régimen se hace menos rápido mientras que el caudal q aumen-

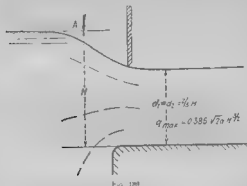


Fig. 120

ta. Cuando d_1 toma el valor $2.3H$ se alcanza la condición límite que corresponde a la salida libre sobre un vértice o en pared gruesa. En tal caso $d = d_m$ y el caudal es máximo. Evidentemente, para $d_1 < 2.3H$ el régimen será rápido.

A cada valor de d_1 corresponde el conjugado d_2 determinado por la Ec. [120] o [132]. Este conjugado da la posición del estado superior del nivel B que puede mantenerse mediante un resalto de la altura $j = d_2 - d_1$.

Todas las características del movimiento pueden darse en función de d_1 :

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{2g(H - d_1)} = \sqrt{2gH \left(1 - \frac{d_1}{H}\right)} \\ q &= v_1(d_2 - d_1) = \sqrt{2gH \left(1 - \frac{d_1}{H}\right)} \end{aligned} \quad [136]$$

$$\begin{aligned} t_1 &= 2 \frac{r_1}{d_1} \frac{1}{1 - \frac{t_1}{H}} = 2 \frac{H}{d_1} \frac{1}{1 - \frac{t_1}{H}} \\ d_2 &= \frac{d_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8 \lambda_1} \right] = \frac{q_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{H}{q_1} \left(1 - \frac{t_1}{H} \right)} \right] \\ d_1 &= d_1 \sqrt{\lambda_1} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{t_1}{H} \right] \end{aligned} \quad (136)$$

Conocido d_2 se determina $v_2 = q/d_2$ y, por tanto, la energía después de la explosión es $\frac{v_2^2}{2g}$. La pérdida de energía $t_1 = t_1 - t_2$ es $t_1 = H - t_2$.

Las relaciones anteriores pueden expresarse en una forma más general y útil introduciendo los llamados "valores reducidos" de los parámetros. El valor reducido de t_1 que es la coordenada principal es t_1/H que puede escribirse como los valores reducidos de los otros factores pueden obtenerse correctamente por las formulas $t_1/H = t_1/H$ o por consideraciones de homogeneidad dimensional. Así, el valor reducido de la velocidad es v_1/H el cual cuando $q = q/H \sqrt{H}$, es la energía v_1^2/H es la unidad. En función de $J_1 = t_1/H$ los valores reducidos de los diferentes factores introducidos de las Ecs. [136], son:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_1/\sqrt{H} = \sqrt{2g(1 - d_1)} \\ q_1 &= q_1/H \sqrt{H} = \frac{1}{2} \sqrt{2g(1 - t_1)} \\ t_1 &= 2 \frac{1 - d_1}{d_1} \\ t_2 &= \frac{1}{H} \left(1 - \frac{t_1}{H} \right) = 2 \frac{1 - d_1}{d_1} \\ d_2 &= \frac{d_1}{H} = \frac{q_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{16}{J_1} \left(1 - \frac{t_1}{H} \right)} \right] \end{aligned} \quad (137)$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned} t_1 &= 1 - d_1 \\ t_2 &= \frac{v_2^2}{H} = \frac{t_2}{2g} \\ t_1 &= \frac{v_1^2 - v_2^2}{H} = 1 - t_2 \end{aligned}$$

Encontrándose, en los tres primeros casos, los valores de d' en la tabla que sigue, con los correspondientes valores de d' .

TABLA XL

d'	d	g'	d'_{cr}	h_1	d'_2	$(r_2^2/2g')$	d'_2	$1-u$
0,010	4,400	0,440	0,056	138,60	0,195	0,0025	0,195	0,2
0,025	4,368	0,436	0,107	138,60	0,390	0,007	0,390	0,327
0,050	4,337	0,433	0,158	138,60	0,411	0,014	0,425	0,576
0,075	4,257	0,425	0,216	24,70	0,491	0,022	0,513	0,487
0,100	4,201	0,420	0,262	18,00	0,552	0,029	0,581	0,412
0,150	4,057	0,405	0,356	11,30	0,642	0,046	0,688	0,312
0,200	3,907	0,390	0,406	8,80	0,66	0,061	0,77	0,202
0,250	3,831	0,383	0,45	6,90	0,770	0,083	0,833	0,167
0,300	3,704	0,370	0,501	5,6	0,780	0,104	0,884	0,116
0,350	3,566	0,356	0,542	4,73	0,797	0,125	0,922	0,078
0,400	3,433	0,374	0,577	3,89	0,800	0,150	0,950	0,050
0,450	3,298	0,370	0,607	2,44	0,797			
0,500	3,129	0,3621	0,630	2,00	0,80			
0,550	2,963	0,3539	0,648	1,64	0,796			
0,600	2,798	0,3480	0,660	1,33	0,790			
0,650	2,616	0,3405	0,675	1,08	0,683			
0,665	2,555	0,3364	0,680	1,00	0,666			

Finalmente, en la figura 178 se representan los valores [137]. La figura constituye lo que denominamos *curvas características* y, con el *del resalto*, las cuales pueden ser útiles en muchas aplicaciones prácticas y revelar algunas propiedades generales del resalto. En la ecuación [137] y la figura 190 no se limita a la forma concreta de producción del resalto de la figura 188. Análogamente a la figura 187, la 190 es una característica general del resalto que ofrece las formas fundamentales del fenómeno en función de la relación

$$d' = \frac{\text{energía potencial}}{\text{energía total}}$$

del resalto en la sección *del resalto*. Por d' se define

La forma de la curva d_2 enseña que el mayor valor de d_2 es 0,8 y, por consiguiente, el estado de nivel máximo después del resalto se alcanza para $d_1=0,4$, al cual le corresponde $\lambda_1=3$ y $\epsilon_2=0,95$. La pérdida de energía es de 5 por 100. Para valores de d_1 superiores a 0,4, d_2 decrece, la derivada $2d_2/2d_1$ se hace negativa.

El máximo de d_2 , correspondiente a $d_1=0,4$, es de gran importancia física. Recordando que la cineticidad en dicho punto es $\lambda_1=3$, consideraremos el punto $d_1=0,4$ como el que separa en dos zonas todas las condiciones posibles bajo las que puede tener lugar el resalto.

La región correspondiente a $d_1 < 0,4$ y $\lambda_1 > 3$ la denominaremos zona de altas cineticidades y la región con $2/3 > d_1 > 0,4$ y con $\lambda_1 < 3$, de bajas cineticidades.

La distinción introducida es debida a la forma de producirse el resalto. En efecto: experiencias realizadas por el autor enseñan que en la zona de altas cineticidades ($\lambda_1 > 3$) el resalto tiene lugar bajo forma directa; además, el fenómeno es estable y los calados conjugados observados se aproximan con gran precisión a los valores teóricos. Por el contrario, en la región de bajas cineticidades ($\lambda_1 < 3$) el resalto adquiere forma ondular. Las ondas aumentan al decrecer λ_1 a medida que se reduce la cineticidad el fenómeno pierde estabilidad.

69. EXPERIENCIAS CON EL RESALTO.—Haremos de toda descripción detallada de experiencias, remitiendo al lector a las publicaciones originales (1). En términos generales, las experiencias realizadas sobre resaltos directos con gran cineticidad arrojan resultados concordantes con el comportamiento de la cantidad de movimiento y justifican plenamente la aproximación sugerida por Bouanger. En la figura 187 se han señalado algunos resultados de experimentos llevados a cabo por el autor (2). Los puntos experimentales siguen muy de cerca a la curva teórica. Los valores principales obtenidos fueron los siguientes:

(1) Véase notas bibliográficas en el Apéndice.

(2) Para descripción detallada véase *Ann. Polytech. Inst. St. Petersburg*, 1912. El canal medía 300 x 100 mm., y por él se anebó variaba de 1,7 a 15,6 l/s.

que el resalto uniforme por deformación es el más favorable. En tales circunstancias la deformación es generalmente baja ($\epsilon < 4\%$) y el resalto es de forma ondulante, siendo difícil, entonces, realizar las medidas. Sin embargo, en opinión de la autora, la principal fuente de error está en despreciar la influencia de la componente de gravedad $\Delta \eta_{gr}$ (182). La longitud $\Delta \eta_{gr}$ es, para deformidades bajas, es relativamente grande. Por otra parte, las pérdidas $\Delta \eta_{gr}$ como se representan en la figura 10, son relativamente pequeñas. No es de extrañar, entonces, que la componente gravitatoria despreciada produzca un efecto que compensa la pérdida de las pérdidas $\Delta \eta_{gr}$ que conduce a valores de $\Delta \eta$ superiores a los teóricos.

Las pérdidas inherentes a los resaltes de baja amplitud, como se podrá manifestar en la figura 10, explican también por qué Bécarré (182) y Bécarré (182) encontraron resultados de $\Delta \eta$ inferiores a los teóricos, consistentes entre los resultados con $\Delta \eta_{gr}$ siempre que se consideraba la influencia de Bécarré (182) al determinar $\Delta \eta$ despreciando las pérdidas $\Delta \eta_{gr}$ sin tener en cuenta $\Delta \eta_{gr}$. Solo posteriormente, cuando se han realizado los resaltes con $\Delta \eta_{gr}$ muy pequeñas, se han podido verificar las relaciones $\Delta \eta_{gr}$ y $\Delta \eta$ que se cumplen en el teorema de la curva de un resalto.

Para poner en evidencia el efecto de la pérdida $\Delta \eta_{gr}$ en el valor de $\Delta \eta$ se ha realizado una serie de experimentos con resaltes de $\Delta \eta_{gr}$ de 0,002 a 0,020 cm.

$\Delta \eta_{gr}$ pérdida en cm	$\Delta \eta$		
	teórico	medido	calculado
0,000	48,5	176,6	127,0
0,002	48,5	177,0	126,8
0,004	48,5	178,6	126,6
0,007	48,5	180,6	126,0
0,010	48,5	183,6	120,7
0,020	48,5	190,6	125,0

En estos experimentos, el calado d_1 y, por consiguiente, la cinetividad inicial se mantuvieron constantes. Al aumen-

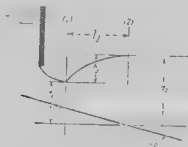


FIG. 181

tar la pendiente, el valor observado de d_c era cada vez mayor. Lo interesante es, por otra parte, que a altura h (figura 191) de resaca, el d_1 y el d_2 distaban veinticinco los niveles superior e inferior, permaneciendo prácticamente invariable

CAPITULO XIX

ACOTACION DEL RESALTO

70. El resalto considerado como onda estacionaria. En los capítulos XVII y XVIII se ha determinado la relación existente entre los calados d_1 y d_2 del resalto. Corresponde ahora establecer la acotación del mismo, o la corrección

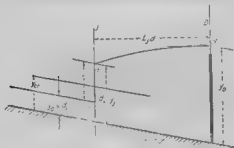


Fig. 192

te en que se produce. Por ejemplo, en un curso de agua de pendiente fuerte (Fig. 192) con un resalto (Fig. 193) se puede terminar la distancia L_r de la presa al inicio del resalto.

Nota. La H_r es la altura del resalto, $H_r = d_2 - d_1$, y es un valor pequeño en comparación con el poder de la corriente, tanto sobre adyacencias que se encuentran en el resalto como en el efecto de la corriente en el fondo del canal. En el perfil longitudinal superior se debe tener en cuenta la altura del resalto. Por tanto, en la Fig. 193 se sugiere ser representativa esquemática del resalto por su altura H_r y su longitud L_r .

Otro ejemplo expresivo es el que se ve en la Fig. 193, cuya pendiente ofrece una discontinuidad pasiva de flujo ($s_{s1} > s$) a suave $s_{s2} < s$. Para $y_{s1} < y_c$ e $y_{s2} > y_c$ como a

mea cuando anteriormente, produjo un resalto insertando un obstáculo D en un canal por el que circulaba el líquido en régimen capilar uniforme no perturbado (fig. 194). El obstáculo produce, a cada una intumescencia de frente escarpado, que avanza hacia aguas arriba. A medida que se llena y embalse crece y avanza la intumescencia a partir de D , de suerte que la altura de la misma y su velocidad se elevan y disminuyen gradualmente. En la figura 195 se muestran las posiciones sucesivas de la intumescencia. A

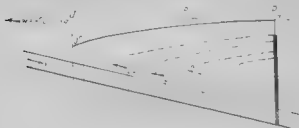


FIG. 194. El resalto considerado como onda de traslación deuida

final se alcanza el estado de equilibrio en el que la superficie de agua que fluye sobre el verticilo es igual a la del canal del canal. Entonces se detiene la intumescencia y se calma. La onda de resalto fluye hacia atrás y se detiene en el punto de origen de la intumescencia, quedando así formada una onda de traslación. Este fenómeno se llama "onda de resalto".

71. CEFERIDAD DE PROPAGACIÓN DE UNA ONDA DE TRASLACIÓN. Es fundamental, en primer lugar, determinar la celeridad con la que una intumescencia (fig. 195a) se propaga sobre la superficie de un líquido en reposo. Puede observarse que se trata de un fenómeno, que puede ser observado para diferenciar la velocidad con que la onda avanza en relación con

El eje X, y la velocidad de propagación de la onda en la dirección positiva del eje X.

En el caso de una onda de traslación

la superficie de la velocidad $v = v_1$ en y_1 y $v = v_2$ en y_2 al atravesar una determinada sección transversal.

En un caso como el que se ilustra en la figura 196,

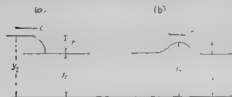


Fig. 196. — Perfil de velocidad en un canal con un obstáculo.

problema fue sugerido por Saint Venant (1867), cuyo procedimiento aplicaremos a un canal de sección arbitraria. Refiriéndonos a la figura 196, supongamos que el líquido, dado el líquido está en reposo ($v = 0$), se mueva a la derecha.

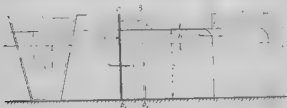


Fig. 198.

Imaginemos, pues, que un obstáculo AB se levanta y se desliza a lo largo del canal, actuando como un pistón desplazado a lo largo del eje x (desplazamiento del líquido xy en el momento del plano de referencia).

Formación de una estancamiento de agua AB en la zona sobre la superficie del agua AB en el momento de la estancamiento, y en la zona superior AB en el momento de la estancamiento, según se ve en este análisis. Sin embargo, ahora que en un determinado momento la posición del obstáculo

es B_1 cuando el pie de la intumescencia alcanza la sección S_1 . A la derecha de S_1 el líquido está en reposo, mientras que en la intumescencia el agua ha entrado en movimiento impulsada por el pistón, tomando un caudal $v_2 = v_1 + c$. En un lapso de tiempo t , el obstáculo avanza de B_1 a B_2 una distancia $c \cdot t$. En el mismo tiempo la intumescencia avanza de S_1 a S_2 una distancia $v_1 \cdot t$. La relación entre los elementos del movimiento se obtiene por el siguiente razonamiento:

En primer lugar, el volumen de agua $b_1 b''_1 v'_1 b_2$, desplazado por el obstáculo, es evidentemente igual al $v_1 x_1 = v'_1 x_2$. Asignando por a_1 y a_2 las áreas transversales correspondientes a los entagos v_1 y v_2 , se tendrá

$$a_1 t (v_1 + c) = a_2 v_1 t,$$

de donde

$$c = v_1 \frac{a_2}{a_1} - v_1. \quad [138]$$

Otra relación se obtiene aplicando el teorema de la cantidad de movimiento:

La puesta en movimiento del volumen de líquido $b''_1 s_1 s''_2 b_2$ a las $t = 0$ es desde un estado de reposo al de movimiento uniforme con velocidad v_1 , correspondiente a un incremento de la cantidad de movimiento igual a $\frac{\Delta}{g} a_1 c \cdot t \cdot v_1$, cual ha de ser igual a la impulsión constante un tiempo t , que la diferencia de presiones hidrostáticas que actúa a través de las secciones s_1 y s_2 por t y posterior, respectivamente, a la intumescencia.

Designando en adelante Δa_1 la $\Delta a_2 - \Delta a_1$, las secciones de los centros respectivos de gravedad \bar{x}_1 y \bar{x}_2 son a libre por x_1 y x_2 , respectivamente, y despreciado las fuerzas de rozamientos externos que se producen entre las paredes y el líquido, el que se balancea con la diferencia de presiones hidrostáticas $\Delta a_2 - \Delta a_1$, \bar{x}_1 y \bar{x}_2 expresado, por tanto:

$$\Delta a_1 (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) M = \frac{\Delta}{g} a_1 c \cdot t \cdot v_1,$$

de donde se obtiene:

$$c = v_1 + g \frac{a_2 \bar{x}_2 - a_1 \bar{x}_1}{a_1} \quad [139]$$

Eliminando c entre las Ecs. [138] y [139], se tiene:

$$\frac{c^2}{g} = \frac{a_1 \cdot a_2}{a_1 \cdot a} = \frac{a_2}{a_1} \quad [140]$$

La Ec. [140] determina la velocidad de propagación de la intumescencia en un canal prismático en función de la calado inicial a_1 y de la altura de la intumescencia $a - a_1 = y_1$.

Considerando un canal rectangular. En este caso $a = by$ y $a_2 = y^2/2$. La Ec. [140] deviene:

$$\frac{1}{a} = \frac{y_1 \left(\frac{y_1^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right)}{y_1 \cdot y_2 + y_1} = \frac{y_2}{2y_1} (y_2 - y_1)$$

y sustituyendo $y_2 = y_1 + h$:

$$\frac{a^2}{a} = \frac{y_1 + h}{2y_1} (2y_1 + h),$$

de donde

$$c = \sqrt{gy_1} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{y_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{y_1} \right)^2 \right] \quad [141]$$

En los casos en que la altura de la onda es pequeña en comparación con el calado, puede hacerse:

$$c = \sqrt{gy_1} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{y_1} \right] \quad [142]$$

Volviendo a la Ecuación [138] en forma, como tenemos de Saint Venant:

$$c = \sqrt{gy_1} \left(1 + \frac{a}{l} \frac{h}{y_1} \right) \quad [142a]$$

Como $\frac{h}{y_1}$ es muy pequeño en comparación con el otro término, llegandose a la ecuación como la Lagrange:

$$c = \sqrt{gy_1} \quad [143]$$

La velocidad de propagación de las intumescencias de pequeña altura sobre un líquido en reposo.

Formula y expresión para la velocidad de propagación en canales de sección distribuida rectangular por

de obtenerse fórmulas aproximadas del tipo de la Ec. (142) aplicables a casos en que la altura relativa de la intumescencia no es demasiado grande. En efecto, con respecto a la figura 197 puede hacerse la siguiente aproximación:

$$a_2 = a_1 + b_1 h$$

$$c_{1+20} = a_1 c_{10} + c_1 h + c_2 \frac{h^2}{2}$$

Sustituyendo en la Ec. (140) y desarrollando, se tiene:

$$\frac{c^2}{g} = \frac{a}{b} + \frac{3}{2} \frac{h}{a/b} + \frac{b}{2a} \frac{h^2}{b^2}$$

$$\frac{a}{b} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{h}{a/b} + \frac{1}{2} \frac{h^2}{(a/b)^2} \right)$$



Fig. 197

El valor de a/b es el calado medio de un canal recto (Ec. (41)). Sustituyendo, obtenemos:

$$c = \sqrt{g \delta} \sqrt{1 + \frac{3}{2} \frac{h}{\delta} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\delta} \right)^2} \quad (143)$$

$$c = \sqrt{g \delta} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{h}{\delta} \right) \quad (144)$$

de para valores pequeños de h/δ en

$$c = \sqrt{g \delta}. \quad (145)$$

Estas expresiones son análogas a las Ecs. (141) y (142). En efecto, para un canal rectangular la velocidad se obtiene simplemente por las Ecs. (141) y (142) tomando $\delta = a/b$. Al ser en un canal capzudo, u otro cualquier, de forma distinta de rectangular, la velocidad es menor que $\sqrt{g \delta}$, y las perturbaciones se provocan con una intensidad menor que en un canal rectangular de igual calado.

Ejemplo 34

Pregunta 1.ª En un canal rectangular se supone $g_0 = 20$ metros. La altura de la intumescencia es $h = 0,20$, $0,40$ y $1,00$ m., respectivamente.

Cuando se le compara por la Ec. (141), y comparando los resultados obtenidos, empleando las relaciones aproximadas de la Ec. (142).

La celeridad básica, según la fórmula de Lagrang, es $c = \sqrt{1,81 \times 2,00} = 1,91$ m/s. El valor del multiplicador para las diferentes fórmulas es:

h	$\frac{h}{y_1}$	$\left[1 + \frac{h}{2y_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{y_1} \right)^2 \right]$	$\left[1 + \frac{h}{2y_1} \right]$	$1 + \frac{3}{4} \frac{h}{y_1}$
0,20	0,1	1,073	1,072	1,075
0,40	0,2	1,149	1,140	1,150
1,00	0,5	1,370	1,322	1,375

Se ve que la fórmula de Saint Venant (Ec. (142)) da resultados muy concordantes con los arrojados por la fórmula más exacta (Ec. (141)).

Cuando $y_1 = 2$ m. En el canal trapezoidal de la figura 11, con $y_1 = 2,00$ m., determinemos las celeridades de ondas de aguas $h = 0,20$, $0,40$ y $1,00$ m., aplicando la Ec. (145). El cálculo medio para $y_1 = 2,00$ m. es $\bar{y} = 80^\circ = 1,37$ m. La celeridad básica es $c = \sqrt{g \bar{y}} = 1,33$ m/s.

El valor del multiplicador es

h	$\frac{h}{\bar{y}}$	$1 + \frac{3}{4} \frac{h}{\bar{y}}$
0,20	0,150	1,113
0,40	0,301	1,226
1,00	0,732	1,565

Ejemplo 2. Supongamos que un canal (fig. 10b) de sección dada pone en comunicación dos depósitos que distan 2 Km. El fondo es horizontal y el agua está en reposo con $y = 1$ m. Supongamos en un cierto momento que el agua comienza a salir del depósito A, ocasionándose un descenso del nivel de este. Determinar el tiempo que transcurre hasta que dicho descenso de nivel se deja sentir en B, y, por tanto, comienza a fluir del depósito B al canal.

Una pequeña depresión del nivel en a se propagará sobre el canal con la velocidad dada por la fórmula de Lagrange $c = \sqrt{gd}$.

Se tiene en nuestro caso: $a = 3,10 + b = 48$ m., $b = 22$ metros, $d = 48,22 - 2,18$ m., de modo que

$$c = \sqrt{g \cdot 46,04} = 21,8 \text{ m. seg.}$$

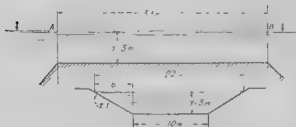


Fig. 196.—Figura correspondiente al Ejemplo 34.

El tiempo transcurrido en segundos será:

$$t = 3(400) 4,62 \times 60 = 10,8 \text{ min.}$$

72. DETENCIÓN DE UNA ONDA DE TRANSLACIÓN. Supongamos ahora que una intumescencia avanza contra co-

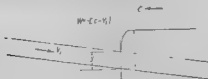


Fig. 199. Detención de una intumescencia

rente, siendo la velocidad de esta c (fig. 199). La velocidad w del movimiento relativo de la intumescencia con relación al fondo del río será:

$$w = [c + v_1] \quad (147)$$

de la celeridad. Introduciéndonos, como antes, con relación a lo expuesto en el artículo 24, otra distinción en las dos regimenes lento y rápido. En efecto, la onda de traslación remontará un curso de aguas siempre que la celeridad sea mayor que la velocidad de la corriente. Por otra parte, la celeridad depende de la altura de la onda. La celeridad mínima posible, en un canal de forma dada, la celeridad *básica*, es la dada por la fórmula de Lagrange, $c = \sqrt{g\delta}$.

Sea la velocidad v de la corriente, menor que $c = \sqrt{g\delta}$. En este caso cada perturbación, no importa de que altura se propagará hacia aguas arriba, hasta quedar totalmente amortiguada por las resistencias pasivas. Si por el contrario, la velocidad v de la corriente fuese mayor que $\sqrt{g\delta}$, el fenómeno puede tener lugar de dos formas. Si la inmensidad es de poca altura, la corriente, tras pasar la onda o si, por el contrario, la onda es suficiente para atravesar la corriente, con disminución de altura hasta llegar a un punto donde, por $v = c$, la velocidad iguala a la velocidad v , la onda se detiene, formando se el resalto. En vista de lo que antecede, la velocidad v igual a la celeridad de Lagrange:

$$[v] = c = \sqrt{g\delta} \quad [150]$$

divide los posibles fenómenos en dos clases. Comparando las Ecs. [149] y [148], se ve que la velocidad v es precisamente la velocidad crítica, correspondiente al régimen crítico.

De acuerdo con esto, siguiendo a Boussinesq, puede hacerse la siguiente distinción entre el régimen *rápido* y el *lento*:

En régimen *lento*, con $v < v^1 = \sqrt{g\delta}$, la celeridad es siempre mayor que la velocidad de la corriente, de forma que toda inmensidad, cualquiera que sea su altura, se propagará indefinidamente hacia aguas arriba.

En régimen *rápido*, con $v > v^1 = \sqrt{g\delta}$, la inmensidad, si es de suficiente altura, se detendrá finalmente, pro-

velocidad se el resalto. Si, por el contrario, la intensidad no es suficientemente alta, será absorbida por la corriente.

Así se explica fácilmente el proceso de formación de las curvas de remanso en un corriente de agua. En un canal de pendiente suave con movimiento normal, el avance lento de la turbulencia creada por un presa, avanzando hacia aguas arriba, disminuyendo progresivamente de altura, enlazándose suavemente con el nivel de aguas arriba no perturbada. En el caso de un canal con pendiente fuerte, con régimen uniforme en estado crítico, una perturbación procediendo por aguas arriba, al intentar remontar la corriente hasta un punto donde debiese salir fuera merceda se extinguiendo, formándose el resalto.

Relación entre la celeridad de propagación y la intensidad del régimen. Nos limitaremos al caso de un canal rectangular. En este caso la celeridad de una pequeña turbulencia será $\lambda = g\bar{y}$, mientras que el factor empírico λ_0 es

$$\lambda_0 = \frac{r^2 2g}{y}$$

Entonces, entre las expresiones anteriores se tiene

$$\lambda = r^2/c^2 \quad [151]$$

Es decir, la intensidad es el cuadrado de la celeridad o de la velocidad media del régimen, y la celeridad de propagación de una pequeña turbulencia. En estado crítico con $\lambda = 1$, $Fr = 1.50$ da $r = 1$, en movimiento lento con $\lambda < 1$, la celeridad es $r < 1$. La velocidad crítica que una pequeña turbulencia avance con ella es $r = 1$, y es

$$1 = \lambda/c^2 = \left| \frac{1}{1 + K} - 1 \right| = \frac{2K}{1 + K}$$

73 Aceleración crítica. Formándose el resalto inferior, es la aceleración al salto. Será un resalto crítico, separando el régimen de remansos por aguas arriba, de corriente.

A la celeridad crítica $\lambda = 1$, $Fr = 1.50$ da $r = 1$. Suponiendo que $r = 1$, Fr es 0.5, que al caer la corriente, formando el resalto, se remansará en $r = 1$. En D se está

no es un verdadero resalto, cada canal al estado representado por y_0 .

El problema es más en estado de el tipo de fenómeno en caso de que se produzca un resalto determinar su situación y altura.

Procederemos, en primer lugar, determinando el calado d_1 conjugado con $d_2 = y_0$.

1.º $d_1 < y_0$. Esto es, crecido el nivel. Esto quiere decir, que el canal dado, teniendo un calado normal y_0 , al ser afectado por la presencia de un calado d_1 , el cual es menor que el calado correspondiente al nivel y_0 creado por la presa. Por consiguiente, el nivel creado por la presa, va a hacer aguas arriba hasta de irse el perfil f hasta el calado y_0 de la curva de limpa libre de tipo S sea igual al d_1 anteriormente determinado. Al ser y igual a d_2 , significa ello que la velocidad correspondiente a y es igual a la velocidad de la corriente v que la onda de perturbación se encuentra detenida.

La situación del resalto se determinará hallando la posición de la sección f donde $y = d_1$. Esto se lleva a cabo calculando la longitud de la curva L_f entre los calados $y_0 = y_1$ siguiendo el procedimiento desarrollado en el Ejemplo 13, Cuestión 2.º

2.º $d_1 > y_1$. Esto significa que la corriente, en régimen uniforme, es capaz de retener una onda de gran altura como la ocasionada por la presa. En otros términos, la velocidad u la perturbación es más pequeña que la velocidad de la corriente. La subelevación creada por el obstáculo no puede propagarse hacia aguas arriba, y a continuación crece en altura hasta que la corriente sobrepasando con ella, comienza la formación de una onda estacionaria como la descrita en el artículo 2.º

3.º d_1 tanto como la profundidad de la presa, del canal. En relación a la longitud L_f , en primer lugar es determinar sobre qué tramos se debe de producir el resalto. En lo que sigue se supone que los longitudes, tanto de tramo de fuerte pendiente como del de suave, son lo suficientes para que se establezca en ellas el movimiento uniforme. Los calados normales son, respectivamente, y_{01} e y_{02} .

Para resolver el problema se comienza por definir una calado y_1 tal que $y_1 < d_1$ o $y_1 < d_2$ o en otros términos se halla el nivel superior y_1 tal que esta corriente que es capaz de pasar por la corriente en régimen rápido fluiría por el mismo período con un caudal Q_1 y d_1 . Se supone entonces que cuando se llega a y_1 nada más el flujo del régimen rápido y el flujo del régimen lento se divide en x y y respectivamente. Pueden presentarse dos casos:

1. $d_2 > y_1$ (fig. 1). Cuando $d_2 > y_1$ la altura que la velocidad del régimen rápido en el tramo de pendiente excelsa la altura y_1 de la zona correspondiente al calado inferior y_2 . Así en la sección f_1 nivel y_1 no es capaz de neutralizar la corriente y será rápida. El régimen rápido se extenderá dentro de la zona de pendiente suave mediante una curva del tipo M_1 (ver fig. 2) sección f_2 donde alcanzado y_2 igual a caudal Q_2 correspondiente al movimiento al movimiento Q_1 en y_2 d_2 . Para saber en qué se determina el caudal Q_2 correspondiente a y_2 se calcula la longitud L de una curva M_1 entre los abscisas y_1 y y_2 .

2. $d_2 < y_1$ (fig. 3). Esto significa que el nivel y_1 que encuentra la corriente rápida en la sección f_1 es mayor que el d_2 correspondiente al caudal Q_2 que se mueve en el movimiento rápido. En tal del régimen rápido en el tramo H se trasladará hacia aguas arriba. En el caso extremo H puede ser tan grande que el perfil f_1 en la sección f_2 sea igual a d_2 correspondiente a Q_2 .

Para cada uno de los casos determina Q_2 correspondiente con d_2 y y_2 tal que Q_2 se calcula la longitud L de la curva S_1 entre los calados y_1 y y_2 .

EJEMPLO 35

Un canal de sección trapezoidal en la figura 4 tiene una pendiente de 1:1 y el fondo en la zona de pendiente excelsa es $y_1 = 8.5$ y en la zona de pendiente suave $y_2 = 4.5$ respectivamente. El caudal $Q = 100$ m³/s. Se calculen los coeficientes de R_1 y R_2 .

Cuestión 1.ª Determinense el ancho x_2 y el tipo de movimiento y la posición del resalto.

Con $Q = 1111 \text{ m}^3/\text{s}$, se sabe, para movimiento crítico (v. lámina III):

$$x_{c1} = x_{c2} = x_c \quad \text{K} = Q/\sqrt{s} = 1770; \quad y_{c2} = 3,55 \text{ m.}$$

$$x_{c1} = x_{c2} = x_c \quad \text{K} = Q/\sqrt{s} = 914; \quad y_{c1} = 2,62 \text{ m.}$$

$$190 \text{ m}^2 \quad \text{K} = Q/\sqrt{s} = 368; \quad y_{c1} = 1,54 \text{ m.}$$

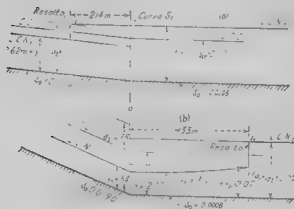


Fig. 201 —Figura 201

La cota crítica se obtiene $y_{c1} = Q/\sqrt{s} = 1,54$ m. y $y_{c2} = 3,55$ m. que en la figura 1 corresponde a $x_{c1} = 1,91$ m.

Con la curva M de $x_{c1} = 1,91$ a $1,96$ se obtienen los calados conjugados d_1 correspondientes a los respectivos de los tramos de pendiente fuerte.

Caso I (fig. 201 a): $x_{c1} = 1,91$ m., $y_{c1} = 1,54$ m., calado conjugado, $d_2 = 2,2$ m.

Caso II (fig. 201 b): $x_{c1} = 1,96$ m., $y_{c1} = 1,54$ m., calado conjugado, $d_2 = 4,75$ m.

El calado (d_1) , conjugado con $y_{c2} = d_2 = 3,55$ es $d_1 = 2,02$ m.

En el caso I, el calado con el dado $d_2 = 2,82$ es menor que $y_{a2} = 3,55$ m, por consiguiente, el resalto tendrá lugar dentro del tramo de mayor pendiente, como se representa en la figura 193a.

En el caso II, $t_2 = 4,75$ es mayor que $y_{a2} = 3,55$, a cual el resalto se formará en el tramo de pendiente suave como se representa en la figura 193b.

Para localizar el resalto en el caso $s_{a1} = 20^{\circ}00'$, determinemos L_{a2} , es decir, la longitud de una curva S entre $d_2 = 2,82$ e $y_{a2} = 3,55$.

Exponente hidráulico. Para la sección $y = 2,82$ m con $y_2 = 2,62$, se tiene:

$$n = 2 \frac{\lg \frac{K(3,55)}{K(2,62)}}{\lg \frac{3,55}{2,62}} = 2 \frac{\lg 1,910}{\lg 1,355} = 4,4$$

valor idéntico corresponde a:

$$K(2,82)/K(2,62) = 2,82/2,62 =$$

Valor de $1 - \beta = 0,1$ por medio de τ para el intervalo de calados es 26,4 m, por tanto:

$$\beta = x_0/\tau = 30/26,4 = 1,135; 1 - \beta =$$

Interpolando los valores de $B(\tau)$ entre las columnas de la Tabla correspondientes a $n = 4,2$ y $n = 4,4$, se tiene para $n = 4,4$:

$$\tau_2 = 3,55/2,62 = 1,35; B(\tau_2) = 0,122 \quad \rightarrow \quad 1,355 \\ (-0,135) 0,122 = 1,571$$

$$\tau = 2,82/2,62 = 1,076; B(\tau_2) = 0,385 \quad \rightarrow \quad 1,076 \\ (-0,135) 0,385 = 1,126$$

La distancia L_{a2} de la sección 0 al final del resalto $y_1 = d_2 = 2,82$, es:

$$L_{a2} = 2,62 \tau = 10 \cdot 1,571 \cdot 1,126 = 214 \text{ m}$$

Para localizar el resalto en el caso $s_{a1} = 180^{\circ}00'$, determinemos (fig. 193b) la longitud L_{a2} de una curva S entre los calados 1,54 y 2,02.

Explicando $\ln \frac{3,55}{1,80}$ en el intervalo de calcos entre $x = 1$ y $x = 2,02$, con $y_0 = 1,55$, se tendrá un valor medio

$$\mu = 2 \cdot \frac{\frac{\ln 3,55}{\ln 1,80}}{\frac{3,55}{1,80}} = 2 \cdot \frac{\lg 3,55}{\lg 1,80} = 4,05$$

Valor de $\mu = \mu_0$. El valor medio de μ en el intervalo es $28^{28}_{28} \mu_0 = \mu = 28 = 1,246$. $1 - \mu = 0,174$. Interpolando valores de $B(\mu)$, se tiene

$$\mu_1 = 1,2 + 0,55 = 0,570; \quad B(\mu_1) = 0,583; \quad \mu_2 = 0,57 +$$

$$-0,714 \times 0,583 = 0,154$$

$$\mu_2 = 1,2 + 0,55 = 0,174; \quad B(\mu_2) = 0,437; \quad \mu_3 = 0,174 +$$

$$-0,714 \times 0,437 = 0,122.$$

La distancia L_{00} de la sección 0 al culo del resalto es

$$L_{00} = \frac{3,55}{8 \cdot 10^{-4}} [0,154 - 0,122] = 134 \text{ m.}$$

$$H = \frac{1}{2g} \left(\frac{d}{dt} \right)^2 H = H \left[\frac{d}{dt} + \frac{J_1}{R} \right] \quad (13)$$

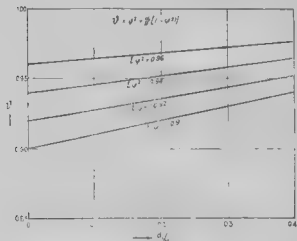
y las pérdidas

$$h = H - H_1 \text{ si } \alpha > 0 \text{ o } h = 1 - \alpha H$$

Y sus correspondientes pérdidas de carga en la figura 204 se representan los valores de:

$$h_f = \frac{d_1}{H} (1 - \alpha^2) \quad (154)$$

75. DESAGÜE LIBRE O SEMERGIDO. En la figura 202 se suponen dadas la posición del nivel A , aguas arriba, y el



el nivel B , aguas abajo de la obra, así como la apertura de esta y el coeficiente de contracción α que determina la espesor de la lámina de agua.

Según los casos, el flujo puede bien ser completamente libre.

En el caso de semergido, el coeficiente de gasto o la comporta dependerá del caso y Z es decir, de la distancia vertical entre los niveles A y B .

En el caso de desagüe en d_2 , y cuando y_2 para un y_1 en d_1 , pudiendo ser considerablemente mayor, asumiendo bien la velocidad y la acción erosiva de la líquida.

Para establecer el tipo de régimen se debe comparar el calado d_2 conjugado con d_1 , suponiendo el agua libre.

1. $d < y_R$. Si el calado conjugado d_2 , en condiciones determinadas, es menor que y_R correspondiente a y_1 en B el desagüe será sumergido.

2. $d_2 > y_R$. Si el calado conjugado d_2 del canal es mayor que y_R , se forma un resalto, y el desagüe será libre. En consecuencia el resalto será de tipo sumergido, es posible que y_1 en d_1 es a y_2 cuando el resalto libre queda localizado en la zona contraria. En consecuencia el resalto será de tipo libre para aguas abajo.

Ejemplo 3b

Sean dos canales comparten un agua con $H = 1.5$ m y $h = 0.6$ m (fig. 24). Sea el coeficiente de contracción $C_c = 0.2$ y $\phi^2 = 0.92$.

Cuestión 1. Supóngase que la cota B tomada es como sus respectivas correspondientes a $y_R = 1$ m, $C_{cR} = 1$ m y determinese en consecuencia el tipo y calado de d_2 .

$$y_m = 1.2 \times 2 = 1.4 \text{ m} \quad y_1/H = 0.218 = 0.21$$

Según la figura 20a, para $\phi^2 = 0.92$, $C_c = 0.94$, y la curva efectiva, sea $y_1 = 1.7$ m. El valor de h , en d_1 , referido a H es $h_1 = 1.21/1.70 = 0.264$. De la figura 190 se obtiene el d_2 conjugado $d_2 = 0.755$. Por tanto, $d_2 = 0.755 \times 1.70 = 1.29$ m.

Como $y_R = 1$ m $> d_2$, el desagüe es sumergido.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1}{q} = \frac{h_1}{h} \sqrt{2gZ} = \frac{2 \times 0.6}{\sqrt{2g \cdot 1}} = 3.67 \text{ m/s.}$$

En consecuencia y_1 y $y_R < d_2$, el desagüe es libre.

$$y_m \sqrt{2g(H - y_m)} = 0.06 \times 1.24 \times \sqrt{2g \cdot 3.76} = 0.27 \text{ m/s.}$$

Como $C_c < 2/3$ es un resalto en el nivel máximo compatible con el desagüe libre.

avanzando el nivel de régimen hasta la cota posterior a la compuerta representado con líneas a trazos). Para establecer el tipo de desagüe supongamos el desagüe libre con un caudal Q , y determinemos el calado y_0 con ungado con el calado y_1 de la vena fluyente. Después se evalúa

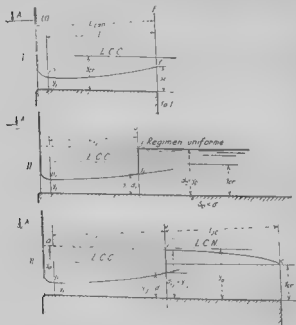


Fig. 206. Régimen en un canal tras una compuerta de regulación

el calado y_0 en la sección inmediatamente posterior a la compuerta para el caudal Q , con desagüe libre, suponiendo que el calado sobre el escalon es y_1 (fig. 206, III). Si este último es menor que d_p , el desagüe será libre, y en el caso contrario será sumergido.

EJEMPLO 37

Una compuerta regula la toma de un canal de sección rectangular (fig. 207) tipo C, revestido de cemento. $H = 3$ m., la apertura de la compuerta es $k = 1,50$ m., $\alpha = 0,62$, $s_0 = 0,002$, $Q = 0,95$, $d = 1,5 \times 0,62 = 0,93$ m. $q = 0,95 \times 0,93 = 0,8835$ m³/s. $Q^2/g = 0,95^2/9,81 = 0,091$ m³/s. $q^2/g = 0,8835^2/9,81 = 0,079$ m³/s.

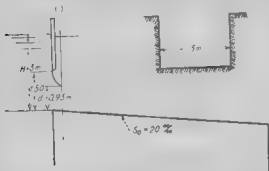


Fig. 207

Cuestión 1. Dada la longitud del canal $L = 100$ m., $s_0 = 20$ ‰, determinar el tipo de régimen.

Siendo el canal corto, el movimiento puede ser el representado en la figura 208. 1. Para establecer el tipo de régimen determinemos:

El calado normal y_n ,

$$M_n = Q/\sqrt{s_0} = 690 \text{ c } y_n = 1,85 \text{ m.}$$

El calado crítico

$$y_c = \sqrt[3]{q/g} = 1,48 \text{ m}$$

Para determinar si el régimen es rápido, sobre toda la longitud del canal, determinemos (fig. 208) la longitud de una curva M_n entre los calados $y = 0,93$ c $y = 1,85$ m.

Emplearemos las tablas de la función del régimen variando con $n = 3,0$. Las pendientes críticas para $v = 1,00$

$x_1 = 0$ son respectivamente en la tabla IV: $x_1 = 33,51$ y $35,76$. Los valores de ξ son $20,33, 54 = 0,60$ y $20,35, 59 = 0,56$, $x_2 = 400$ y $0,110$, para donde tomarse el valor medio $0,41$

$$r_1 = 0,46 + 1,87 = 0,762; B(r_1) = 0,516; \Pi_1 = 0,502 - 0,42 \times 0,516 = 0,285$$

$$r_2 = 1,48 + 1,83 = 0,800; B(r_2) = 0,934; \Pi_2 = 0,800 - 0,42 \times 0,934 = 0,408$$

La longitud de la curva

$$l = \frac{1,87}{0,009} [0,408 - 0,285] = 111 \text{ m}$$

es a lo largo del canal de 100 m , de forma que el régimen es el presentado en la figura 200 I, conforme se había supuesto.

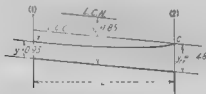


FIG. 200. Curva del Ejemplo 37, Cuestión 1ª

Cuestión 2ª. De cuánta el tipo de régimen y modo o resalto, si lo hay, en el hipotesis de que el canal tenga 1500 m , de longitud

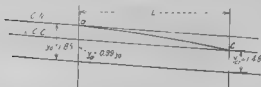


FIG. 200

El canal parece ser de longitud suficiente para que

el nivel de aguas abajo, después de la compresión se puede considerar como el calado normal en la sección que es la figura 206 y, es y_2 . Para comprobar esta hipótesis es necesario determinemos la longitud de la nueva descompresión (figura 209) entre el calado crítico $y_2 = y_c = 1,18 \text{ m}$, y el nivel de la misma suponiendo $\gamma = 0,99$ y $y_2 = 1,85 \text{ m}$.

Para el cálculo de $1 - \beta$ en el intervalo de tiempo

$$y = 1,50; z = 45,91; x = 1,80; t = 0,440$$

$$y = 1,85; z = 37,6; \beta = 0,532; t = 0,408$$

tomamos un valor medio $1 - \beta = 0,154$

Empleando el exponente $\nu = 0,2$

$$\tau_2 = 1,48 \cdot 1,85^{-0,8000}; B(\tau_2) = 0,934; 1 - 0,934 = 0,066 \\ \times 0,934 = 0,377$$

$$\tau_1 = 0,99; B(\tau_1) = 1,910; 11_1 = 0,99 = 0,454; 1,940 - 0,454 = 1,486$$

$$L = 925 [0,377 - 0,110] = 247 \text{ m.}$$

esta longitud es menor que $L_{\text{máx}} = 1.500 \text{ m}$ por tanto $y_2 \approx y_c = 1,85 \text{ m}$.

Para determinar el tipo de régimen calculamos el calado d_2 en punto con $d = 0,93$ en la *curva conjugada*.

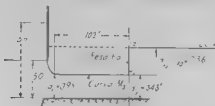


Fig. 209. El resalto de las aguas en la curva conjugada.

Con $\alpha = 0,9$ y $d_1 = 1,31$ se tiene (fig. 208) $\beta = 0,93$, de donde $H = 2,79$

El valor reducido de $d'_1 = 0,93 \cdot 2,79 = 2,59$. El calado conjugado reducido ($\bar{d}_2 = 1,00$) es $d_2 = 3,78$, por tanto, $d_2 = 0,785 \times 2,79 = 2,19 \text{ m}$. Siendo $d_{\text{cr}} = 1,18$ el resalto es libre, con resalto lepezado.

Para localizar el resalto (fig. 210) se debe encontrar

tamente el colado d_1 conjugado en el resalto C_1 .
 $n_1 = n_2 = 1,85$. Aplicando a la Ec. (131) se tiene:

$$d_1 = \frac{d_2}{2} \left[-1 \pm \sqrt{1 + 8 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3} \right] = \frac{1,85}{2} \left[-1 \pm \sqrt{1 + 8 \left(\frac{1,48}{1,85} \right)^3} \right] \\ = 1,165 \text{ m.}$$

La posición del resalto se determina hallando la longitud de la curva M_2 (fig. 206 III) entre $v_1 = 0,330$ e $v_2 = 1,165$.

Tomando $\beta = 0,41$ se tiene para $\beta = 0,2$:

$$r = 0,093 \cdot 1,45 = 0,135; \quad B(r_1) = 0,516; \quad H_1 = 0,592 = 1,40 \times \\ \times 0,516 = 0,296$$

$$r_2 = 1,16 \cdot 0,45 = 0,528; \quad B(r_2) = 0,672; \quad H_2 = 0,628 = 0,40 \times \\ \times 0,672 = 0,269$$

$$l = 0,25 \cdot (1,40 \times 0,296) = 59 \text{ m.}$$

Ejemplo 5.º. Determina el tipo de régimen y la posición del resalto en el caso de que la longitud del canal, pues 120 m. (fig. 206 III) se proceda como sigue (fig. 211).

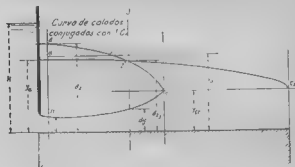


FIG. 211.—Acercado del resalto en el caso de la figura 206, III

Se dibuja la curva M_2 ($1 - e_{12}$) correspondiente al régimen rápido (breve) entre v_1 y v_2 en el perfil C_1 ($1 - e_{12}$) a la curva descendente M_2 que partiendo de v_2 en el perfil C_2 correspondiente al borde del resalto limita de canal y tras la compuerta.

Empleando la fig. 129, o 161, se calcula el radio de la curva c_2 de calados conjugados correspondientes a las ordenadas de la curva M_2 (ver fig. 161). El punto de intersección de la curva c_2 con la curva M_2 determina la posición del esdicho esd como los calados respectivos c_2 y c_1 . El procedimiento descrito soluciona el problema correspondiente al logotipo del resaca. Sin embargo, siempre y cuando la sección J se haya de encontrar en una zona aplanada de la curva ascendente, el error no será sustancial.

Será también oportuno en general, prescindir de la distancia entre la *compuerta* y la *zona contralida*, admitiendo simplemente la longitud entre la sección J y el esd como es igual a la longitud total del canal.

Referencias al ejemplo numérico

Curva $U_{1/2}$ = Longitud total, determina la curva con $U_{1/2}$ es 1,4. Para la zona contralida se tiene $y = d_2 = 0,54$ m y $H_{1/2} = 0,285$ L, la coordenada x (fig. 212) para cualquier calado y es $x = 0,25 + H_{1/2}$ y $0,285$ donde $H_{1/2} = y - 0,42 R$ con $x = 1,85$.

De acuerdo con esto se tiene el siguiente cuadro, para $n = 8,2$:

TABLA XLII

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
y	x	d m	$H(y)$	$H(y)/0,099$	x	d_1
0,93	0,503	0	2,215
1,10	0,595	0,20	0,333	0,005	41,3	1,920
1,20	0,649	0,29	0,357	0,072	60,7	1,801
1,30	0,703	0,39	0,379	0,094	82,0	1,676
1,40	0,758	0,47	0,398	0,113	104,7	1,554
1,48					114,0	1,480

Ver fig. 161, para $U_{1/2}$ = 1,4, d_2 = 0,54 m, $H_{1/2}$ = 0,285, x = 1,85.

Curva de calado conjugados. Los valores de d_1 calculados por la fórmula

$$d_1 = \frac{q}{y} \left[1 + \left(\frac{1}{y} \right)^{1,78} \right]$$

se comparan con los dados en la fig. 213, curva $a-c_1$.

curva descendente M . Hemos visto (Cuestión 2^a, que para la sección C_2 sobre el escalón $v_2/v_c = 1,48$; 1 y $\beta = 1,454$. El $\tau_{cr} = 0,377$. La coordenada y (fig. 212), co-

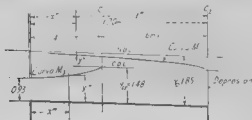


Fig. 212

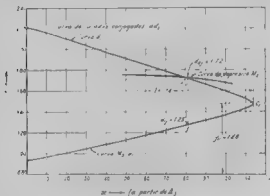
ordenada de al canal $y_{cr} = 930$; $1,20 = 926$ [0,377 - $\Pi(\eta)$], teniéndose:

η	y	$E(\eta)$	$\Pi(\eta)$	$0,377 - \Pi(\eta)$	r	
1,758	0,95	1,432	0,300	0,077	71,2	48,8
1,72	0,93	1,311	0,345	0,042	38,8	81,2
1,70	0,92	1,266	0,40	0,031	28,7	91,3
1,685	0,91	1,225	0,455	0,022	20,3	99,7
1,675	0,90	1,189	0,501	0,016	14,8	105,2
1,650	0,88	1,124	0,570	0,007	6,6	113,4
1,595	0,86	1,068	0,776	0,001	0,9	113,1

La curva se representa en la figura 213. Cortando la curva en $y = 81$ m. con la que ya está localizado el resalto. Los calados antes y después del resalto son, respectivamente, $d_{21} = 6,23$; $d_{11} = 3,82$ m.

$$d_1 = \frac{0,23}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{1,98}{6,23} \right)} \right]$$

77. E. REFORZADOR DE SALTO EL SAUGEY. El ejemplo interesante, al que son directamente aplicables las curvas de la figura 190 es el incrementador de salto sugierido por Saughey. El objeto que con él se pretende es aumentar el salto útil en una instalación hidroeléctrica durante los períodos de avenidas. La figura 214 representa esquemáticamente una casa de máquinas, y los tubos de aspira-



ción desaguan en un espuerto situado detrás de la compuerta S . En períodos de avenida se alza la altura útil del salto a Z . Una corriente apropiada dirigida contra la compuerta puede repeler las aguas bajas con normalidad contra utilizable inmediatamente aguas abajo de la compuerta S . Este incremento de altura puede realizarse ventajosamente. Evidentemente será ello interesante según la influencia que en la potencia del salto ejerza la pérdida de altura que se requiere para la formación del salto.

Las características hidráulicas se estudian con facilidad mediante las curvas de la figura 190 como se ilustra con un ejemplo práctico.

EJEMPLO 38

 Se requiere el diseño de una tubería de 210 cm $H = 3,00$ m

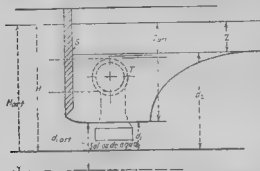
 de 100 l/min de $Q = 2 \times 10^{-3}$ m³/s. Determinar z_{ort}


Fig. 214. Diagrama de un sistema de riego por goteo

como se muestra en la figura. Para aplicar las ecuaciones de la hidráulica de los gases, como en el caso anterior, se debe tener en cuenta

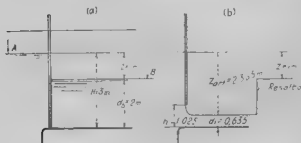


Fig. 215

 En la Fig. 214, depende de la apertura de la cortijeta, etc. Su funcionamiento, de primera intención, el valor de z_{ort} en la

muy pequeña, y la evacuación del cauce dado por ser requerir estructuras de excesiva longitud.

Las condiciones óptimas serán aquellas en las que se obtiene la máxima cantidad de energía por unidad de longitud de la estructura.

Para un caudal dado q , la máxima reducción de la cantidad de energía disipada por el resalto será

$$= q'(1 - \epsilon_2) \quad (15)$$

Empleando los datos de la Tabla XII puede obtenerse la curva ϵ_2 . La curva representada en la figura 21b tiene un máximo $\epsilon_2 = 0,10$ para $d_1 = 0,15$ y $d_2 = 0,6$. La máxima disipación de energía por unidad de ancho, w , según sea en estas condiciones es:

$$w = 0,190 \times \Delta \times H^{3/2} \times H \quad (15a)$$

Para $\Delta = 1000$ Kg., por m^2 se tiene:

$$w_{\max} = 190 \times H^{3/2} \text{ Kg.m. sg.}$$

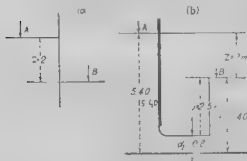


FIG. 21b.—Figura correspondiente al Ejemplo 38.

EJEMPLO 39

Supongamos en la figura 21a $Q = 30 \text{ m}^3 \text{ sg.}$, al que corresponde una potencia bruta total de

$$2 \times 30 \times 10^3 = 6 \times 10^4 \text{ Kg.m. sg.}$$

Despreciando las pérdidas de disipación por fricción en las condiciones dadas fig. 210, $Z/H = 0.4$, $d = 0.3''$, $H = 2.67 = 5.40 \text{ m}$, $\alpha = 0.15$, $\beta = 0.4$, $q = 0.81 \text{ m}^3/\text{s}$, $\alpha = 0.001$, $\alpha \beta = 0.40 \text{ m}$, $\sin \alpha = 0.15$, $\beta = 0.81 = 2.5' \text{ m}$.

La cantidad de energía disipada en un segundo por metro de longitud de canal es $q = 196 \times 5.40 = 1,064 \text{ m}^3/\text{s}$, $Hg = 1.064 \times 0.15 = 0.1596 \text{ m}$, $\beta = 0.4$, $\sin \alpha = 0.15$, $\beta = 0.81 = 2.5' \text{ m}$.

CAPÍTULO XXI

EL RESALTO AL PIE DE UN VERTEDERO

La figura 217 se refiere al caso importante de un resalto al pie de un vertedero. Según el estado del nivel aguas abajo la lamina vertiente puede estar anegada por el nivel $B(P'')$ o cuando el nivel B no es suficientemente alto, como "pedal libre", en este caso se produce el resalto. Kyt-

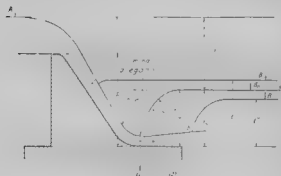


FIG. 217.—El resalto al pie de un vertedero.

ovamente la acción cruzada en tal caso puede hacerse muy peligrosa. Las características físicas del rulo han sido investigadas experimentalmente por Rehbock (1). En este tratado nos limitaremos a la determinación de las circunstancias que motivan que la lamina quede anegada o libre.

79. EXPERIENCIAS DE BAZIN.—El problema es prácticamente idéntico al investigado por Bazin, que en su obra trata sobre el régimen del agua en los vertederos hace la

(1) Versuche über Flüsse, etc. y otros trabajos.

que, dados P , H y π , determina el calado d_1 antes del salto.

El régimen será sumergido o libre, según que el calado d_1 debido al nivel B sea mayor o menor que el calado d_2 conjugado con u_2 . Al aumentar t_0 el salto avanza hacia aguas arriba, hasta que para $t_0 = d_1$ se alcanza la condición límite que marca el fin del fenómeno.

Para determinar d_1 se toma la simetría en la ecuación 1

$$u_1 = \frac{1}{2} \frac{v^2/2g}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{P + H}{d_1} \right) \left(\frac{2\varphi^2}{y} (x - y + 1) \right) \quad [161]$$

y

$$d_1 = t_0 = \frac{d}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{y} u_1} \right) = \frac{d}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{16\varphi^2}{y} \frac{x - y + 1}{2}} \right] \quad [162]$$

El valor de $t_0 = d_2$ corresponde al de

$$Z_0 = H + P - t_0 \quad [163]$$

que después de dividir por P y teniendo en cuenta las Ecs. [162] y [159], se tiene:

$$\left(\frac{Z}{P} \right) = x - 1 - \frac{y}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 16\varphi^2 \frac{x - y + 1}{y}} \right] \quad [164]$$

Las Ecs. [161] y [164], en un caso de triángulo, resuelven el problema. Dados P y H se determinan primeramente t_0 por la Ec. [162] y seguidamente los valores Z/P por la Ec. [164].

Por tanto, los datos se han calculado y dibujado las curvas que representan los valores Z/P en las figuras 2 y 3 y 2a) dan los valores de Z/P para $x = P/H$ con $d_1 = H$ para los valores y que se indican en las figuras 2 y 3. Los datos están expresados en las mismas formas y varían desde parábola de grado hasta triángulo de simetría perfecta. Se representa el caso especial $x = 1$ y $y = 0$ en la figura 2a) y en la figura 3a) donde la suma de curvas por verdaderos tipos de triángulo y de

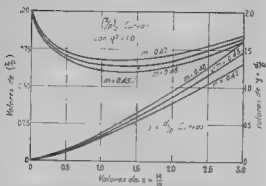


FIG. 216.—Curvas para el caso de $m = 0.45$ y $y^2 = 1.0$.
 a) Curvas para Z/P y b) Curvas para y .

relacionados con Z/P y y correspondientes a los valores de y seleccionados en la Tabla 1. Se señalan los alcances dados en el artículo 17.

Comparación con las experiencias de Basin—Es importante comparar los resultados teóricos con las observaciones

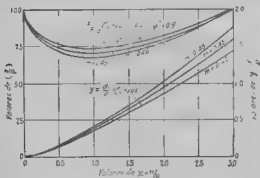
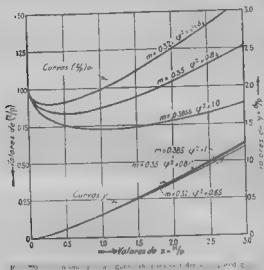


FIG. 218.—Lo mismo que la Figura 216, pero con $y^2 = 0.9$.

de Bazin. Este hizo experiencias con vertederos en pila delgada de $P=1,24$ y $0,75$ m., respectivamente. El intervalo de alturas relativas fue de $0,6$ a $1,74$. El coeficiente de gasto en este caso tenía un valor medio próximo a $0,42$. Con $\eta^2=0,9$ (fig. 219) la curva teórica da, para $m=0,42$, valores de $(Z/P)_c$ comprendidos entre $0,73$ y $1,78$. La comparación



con el valor medio de $0,73$ dado por Bazin es muy satisfactoria. Hay que advertir, además, que la curva $(Z/P)_c$ en el intervalo de valores de H/P tomados por Bazin es muy aplastada, lo cual explica que este estuviera propicio a aceptar un valor constante de $(Z/P)_c$ como demostración del tipo de fenómeno. De la forma de las curvas se aprecia, no obstante, que para valores pequeños de H/P resultan presas muy altas. En el caso contrario, de ser relativamente grande H/P (es decir, para presas muy bajas), el valor crítico de $(Z/P)_c$ es considerablemente mayor.

EJEMPLO 40

Un curso de agua está interceptado (fig. 221, a) por una presa de 10 m. de altura, con coronación redondeada, a la que corresponde un coeficiente de gasto $m = 0,15$. La lámina vertiente es $H = 2,50$ m., el calado aguas abajo, $t = 4,00$ metros. Tómese $\varphi^2 = 0,9$. Determinar el tipo de régimen al pie de la presa.

Se tiene $\alpha = H/P = 2,50/10 = 0,25$. El escalón relativo $Z/P = 8,50/10 = 0,85$. De la curva 219, para $m = 0,45$ y $H/P = 0,25$, el valor límite de Z/P_0 que repele las aguas bajas será $(Z/P)_0 = 0,8$.

Como $Z/P = 0,85$ es en nuestro caso mayor que $(Z/P)_0 = 0,8$, el régimen será libre, con resaca despegada.

Para que la lámina quede anegada deberá reducirse el valor de Z/P . Hay dos procedimientos para conseguirlo.

1.° Colchón de agua (fig. 221, b).—Se excava aguas abajo la presa una profundidad ΔP , incrementándose la altura P a $P + P = \Delta P$ y reduciéndose proporcionalmente el escalón relativo a $\frac{Z}{P + \Delta P}$.

Para $Z = 8,50$ para que $Z/P = 0,8$, deberá ser $P = 8,50/0,8 = 10,63$. El colchón debe tener, por lo menos, 0,63 m. de profundidad. Para operar con un cierto margen de seguridad, hacemos $\Delta P = 1,20$ m., y $P = 10,63 + 1,20 = 11,83$ m. de altura. $H/P = 2,50/11,83 = 0,22$, $Z/P = 8,50/11,83 = 0,74$, y de la curva $(Z/P)_0$ (fig. 219), para $\alpha = 0,22$, $(Z/P)_0 = 0,82$.

2.° Un obstáculo (fig. 221, c). Puede disponerse una contrapresa adicional a distancia conveniente para la formación de resalto y de altura que se determina fácilmente. El escalón es ahora $Z' = Z + \Delta Z$, y en proporción disminuye el valor de Z'/P .

En nuestro caso, al hacer Z/P igual a $(Z/P)_0 = 0,8$ se reduce el escalón a $Z' = 0,8 \times 10 = 8$ m. Para operar con un cierto margen haremos $\Delta Z = 1$ m. y $Z = 7,50$ se tendrá entonces:

$$Z/P = 7,50/10 = 0,75.$$

Debe pararse atención en el hecho de que en ciertas circunstancias la lámina bajo la segunda presa puede no quedar anegada.

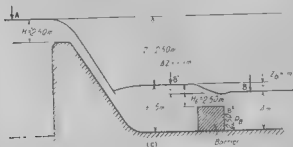
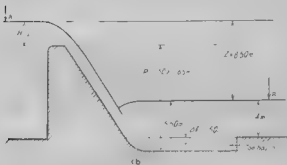
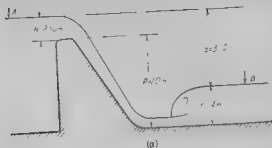
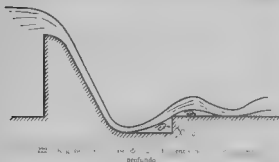


FIG. 223.—Figuras relativas al Ejemplo 40.

En nuestro caso, suponiendo que la contrapresa es de 2,50 m. de altura, que la altura requerida para el paso de



agua sobre ella es también $H = 2,50$ m., se tiene, empleando la misma curva $(Z/P)_s$:

$$H/P = 2,50/2,50 = 1 \quad \angle \quad P/P_0 = 12,80 \times 40$$

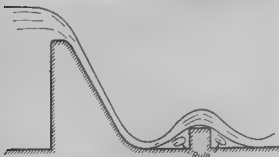


Fig. 223 R. g. — Ancho de resalto = 2,50 m. — Altura de resalto = 2,50 m.

mientras que por la curva $\angle P/P_0$ el margen para que se produzca lamina anegada es amplio.

También conviene prestar atención al caso que se presenta (fig. 221 c), cuando el obstáculo no es suficiente

mente alto, a fig. 221, b) cuando el cueco no es suficientemente profundo. Las figuras 222 y 223 dan una idea de la forma del movimiento del líquido en tales casos, en los que por la formación de remolinos, movimiento ondulado de agua, etc., resulta incrementado el efecto erosivo.

Otra circunstancia que debe recordarse es que las formulas contenidas anteriormente solamente permiten calcular las velocidades verticales del flujo en la tapeta 1.

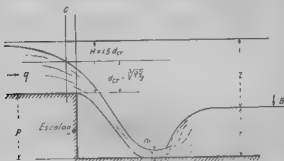


Fig. 224. - Resalto bajo un escalón

Nada positivo puede decirse acerca de la erosión causada por el salto del agua, merced a distancia de la contrapresa al punto vertedero, en.

Como se ha hecho notar en el Capítulo XVIII, estos problemas permanecen reservados a futuras investigaciones.

81. EL RESALTO BAJO UN ESCALÓN. La fig. 224 se refiere a un escalón en un canal, medio al que se refiere, menudo, en parte a los riegos, para perder cota. Aquí, nuevamente, según la posición relativa del nivel B, el líquido puede fluir cueco libre, bien anegada.

Generalmente, pendiente del canal es suave, de forma que en las proximidades al borde del escalón se establece el talado crítico. Supongámonos a sección rectangular. La energía específica en tal caso será $e = 1.5 d$. El caudal q

que vierte sobre el escudo, puede asimismo usarse al caso de la vertedera en pared gruesa en el caso ideal $\varepsilon = 1$, con un coeficiente de fricción teórica $m = 0,285 \times 1,1 = 0,3135$. Por consiguiente, puede hacerse:

$$q = 0,385 \cdot \sqrt{2g} H^{3/2} \quad [165]$$

con la altura

$$H = 1,5 d_m = 1,5 \sqrt{q^2/g}. \quad [166]$$

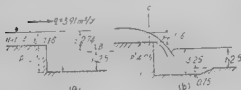


Fig. 225 —Figura correspondiente al Ejemplo 41.

Esta analogía nos permite aplicar el método descrito anteriormente, sin más modificaciónes. Los elementos del movimiento al pie del escudo se determinan por las expresiones (161), teniendo en cuenta que $m = 0,385 \times 1,1 = 0,4235$. Con el caudal q y el dato H puede tomarse $1,5 \sqrt{q^2/g}$. En la figura 22b se dan las respectivas curvas $(Z/P)_0$ y d_1/P .

EJEMPLO 41

Supongamos (fig. 22a) que el escudo sea de forma rectangular, con $P = 3,50$ m, que el caudal por unidad de ancho es $q = 3,91$ m³ seg y que el calado aguas arriba es $t = 2,50$ m.

$$y_e = \sqrt[3]{3,91^2/9,81} = 1,16 \text{ m.}$$

por lo que se tendrá: $H = 1,5 y_e = 1,74$ m, de donde

$$Z = P + H - t = 2,74 \text{ m.}$$

Se tiene ahora, empleando la curva $(Z/P)_0$ de la figura 22b, correspondiente a $m = 0,385 \times 1,1 = 0,4235$

$$H/P = 1,74/3,5 = 0,5, \quad Z/P = 2,74/3,50 = 0,79$$

Por este punto, se genera una curva, el escalon antes es $(Z/P)_0 = 0,75$.

Como $Z/P = 0,75 > (Z/P)_0$ cambia hacia abajo, con formación de resalto despegado.

La zona puede quedar inculada disponiendo un orillon de 0,75 m de profundidad. En efecto, se tiene entonces,

$$P = 3 + 0,75 \quad \therefore n = H/P = 1,74 \quad 1,2 = 0,41 \\ (Z/P)_0 = 0,725,$$

es decir, en la estructura se reduce ahora a 2,74 4,25 0,65.

El autor agradece a su hijo la representación esquemática.

APENDICES

APENDICE I

NOTAS HISTORICAS Y BIBLIOGRAFICAS

La unificación de la teoría del régimen verticigo va asociada a la unificación de la notación. Históricamente, se usaban letras y símbolos numéricos de muchos problemas relativos al movimiento permanente de los caudales. Pares, 1828, es el primer tratado de teoría general del régimen *partial* que unifica en su notación los casos de integración simple y de los casos de la canalización del sólido, y en general, es el primer tratado matricial del régimen variado que una matricialmente de forma completa y comprensiva.

El siguiente paso importante lo da Coriolis con su publicación *Sur l'établissement de la formule qui donne la figure de l'écoulement d'un Pécule* (Chaussées, 1866). A Coriolis le atribuyen el primer uso de la notación del régimen variado de la teoría general de movimiento, el *Newton Coriolis* en la ecuación principal de conservación de la energía por contraflujo del río en su gran obra *Tratado de mecánica* que se sigue en sus textos. El *Tratado* por Coriolis de la *fluidité* se publicó en Bernoulli.

Una obra con más exactitud de estos primeros pasos fue dada por S. A. Chausse, *Tratado de obras de obras*, publicada en 1871 por los *Ann. Ponts* (Chaussees (1886)).

Con relación a la integración de la ecuación, el caso de un canal rectangular de gran anchura fue tratado por Dupuit en 1878. *Précis de la théorie des écoulements permanents des eaux* 2^a ed., Paris, 1873. De forma algo distinta fue tratado el mismo problema por R. Hilmann *Hydromechanik* 2^a ed., Hain, 1880. Ambos autores ignoraban el efecto de cambio de energía en el caso que fue presentado en forma completa por Bresse, *Hydraulique*.

43. Paris, 1898, y subsiguientemente por Grasshof. *Tratado teórico Matemático*, vol. I. El caso de un canal parabólico fue tratado por Lokmitt. *Grundlagen der Wasserbaukunst*. Berlín, 1898. Para soluciones más recientes de Schaffernack, Ehreberger y Kazený, véase Forchheimer, *Hydraulik*, 2.^a ed., Laipzig, 1930. Otros métodos de aproximación. Batch. *Genie Civil*, 1921. Hustad. *Eng. News-Record* (1924).

El estudio general de la relación entre las diferentes curvas de la curva libre fue dado por M. Bresse. Sur l'écoulement d'un fluide. *Travaux. Ponts et Chaussées*, vol. 2, 1861-1862. La construcción de los cursos libre en sección la pendiente del fondo fue seguida por St. Venant. *Les Mares*, 1871. El estudio sobre canales, régimen de flujo, etc., fue dado por Boussinesq. *Écoulement des courants variables*. París, 1877. Este primer estudio constituyó la base de la obra de Boussinesq. El estudio de los canales no uniformes en secciones transversales fue dado por Boussinesq. *Recherches hydrauliques*. París, 1878. Entre las aproximaciones, de primer orden, al problema de movimiento turbulento, y posiblemente el primer intento de una explicación científica del fenómeno del régimen turbulento. Otras obras de Boussinesq son: *Théorie de l'écoulement d'un liquide et de la chaleur*. París, 1879. *L'écoulement d'un liquide*. Mem. de l'Acad., 1907).

Excluyendo sumarios de la obra de Boussinesq se encuentran en:

- 1. AMANT. *Hydraulique*. Última edición. París, 1923.
- 2. FORCHHEIMER. *Hydraulik*. 2.^a ed., Laipzig, 1930.
- 3. MASONI'S. *Idraulica*. 2.^a ed., 1900, en Italia.

Con referencia a los manuales en inglés, el régimen variado se discute con alguna extensión en los conocidos textos de hidráulica de Merriman, King y Gibson. Esta materia se trata con detalle en los *Technical Reports Miami Conservancy District*.

Las publicaciones más importantes son:

KENNISON: «The Hydraulic Jump in Open Channel Flow» (*Trans. A.S.C.E.*, 1916).

JOHNSON: «Surges in an Open Canal» (*Trans. A.S.C.E.*, 1917).

HINDS: *Eng. News-Record* (vol. 85, págs. 10 4-1040, 1920).

Para una relación de los estudios experimentales sobre los aspectos físicos del régimen, llevados a cabo por Profesor Rehbock (Carlsruhe) y sus discípulos, véase:

REHBOCK: «Stauwerke» vol. II, *Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften*, III, Leipzig, 1912; «Betrachtungen über Abfluss, Stau- und Walzenbildung» (Berlín, 1917), artículos sobre práctica hidráulica de laboratorio (*A.S.M.E.*, 1929).

BOSSH: *Mitt. für Forschungsarbeiten* (I D I número 284).

Tomando como bases artículos como *Über Bewegung des Wassers* y otras publicaciones, una detallada relación de los cuales se da en *Hydraulisches Rechnen* por Weyranch-Strobel (Stuttgart, 1930).

La obra de un profesor Koch (Darmstadt) sobre *Über Bewegung des Wassers*, por Koch-Carstensen (Berlín, 1926). Otras obras recientes contemporáneas en alemán son:

FORCHHEIMER: *Wasserschiffahrt und Wasserbau* (Leipzig, 1924).

SCHOKELTSH: *Der Wasserschiff* (Berlín, 1931).

KOZENS: *Wasserbauingenieurwesen* (Leipzig, 1920).

Una lista detallada de pequeñas contribuciones se halla en la obra de Weyranch-Strobel (pág. 45).

Para una relación de los desiderata recientes de otros aspectos teóricos de la hidráulica, véase el capítulo siguiente.

PRANDTL-TIETJENS: *Hidro- und Aeromechanik* (Berlín, 1929-1931).

KAUFMAN: *Hydromechanik* (Berlín, 1931).

Handbuch der Experimentalphysik (vol. 4)

Handbuch der Physik (vol. 7).

Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik (vol. 5).

Hydraulische Probleme. V D L., 1929.

KARMAN & LÉVY-CIVITA. *Vorleser aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik*. Berlin, 1924.

APENDICE II

MÉTODOS DE CÁLCULO DE LAS TABLAS DE LA FUNCIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO

Los valores numéricos de la función del régimen variado

$$B(\eta) = - \int_{\eta}^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^n - 1} = \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{1 - \eta^n}$$

se han calculado por uno u otro de los siguientes métodos, según los valores del argumento η .

Método 1. Para valores de $\eta \leq 1$ se puede emplear el desarrollo en serie:

$$\frac{1}{1 - \eta^n} = 1 + \eta^n + \eta^{2n} + \dots + \eta^{(p-1)n} + r_p \quad [a]$$

donde n es el exponente hidráulico, p el número de términos tomados en la serie, y

$$r_p = \eta^{pn} + \eta^{(p+1)n} + \dots$$

Integrando se tiene:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\eta}{1 - \eta^n} &= \eta \left[\frac{1}{n+1} \eta^{n+1} + \frac{1}{2n+1} \eta^{2n+1} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(p-1)n+1} \eta^{(p-1)n+1} \right] + R_p \end{aligned} \quad [b]$$

donde

$$\begin{aligned} R_p &= \int r_p d\eta = \frac{1}{pn+1} \eta^{pn+1} + \dots = \frac{1}{pn+1} \eta^{pn+1} \\ &\quad \left(1 + \frac{pn+1}{pn+1+n+1} \eta^{n+1} + \dots \right) \end{aligned}$$

Evidentemente,

$$R_p < \frac{\tau_1^{p+1}}{pn+1} = \frac{1}{1+\tau_1^n + \tau_1^{2n} + \dots} < \frac{\tau_1^{p+1}}{pn+1} = \frac{1}{1-\tau_1^n} \quad [c]$$

La ecuación [c] nos permite determinar el número p de términos de la serie que es necesario tomar para conseguir una precisión determinada. El valor de $B(x)$ se calcula mediante la F(x, b). Para valores relativamente pequeños de x la serie [a] es de convergencia rápida, siendo práctico el método para valores de $x < 0.50$. Para mayores valores de x , y en particular en las proximidades de $x = 1$ (unidad), el número p de términos precisos se hace impracticablemente grande.

Alternativo 2°. Para valores de $x > 1$ se obtiene una serie convergente haciendo $x = 1/z$, $z = 1/x$ ó 2 , de forma que $\eta^2 = 1/z^2$, y

$$d\eta = -2 dz/z^3 \quad [a]$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int \frac{d\eta}{1-\eta^n} &= \int \frac{z^{2k-2}}{1-z^{2k}} dz = \frac{z^{2k-1}}{1-z^2} + \frac{z^{2k-1}}{2k-2} + \dots \\ &+ \frac{z^{2k-1}}{(p-1)k-2} + R_p \end{aligned} \quad [b]$$

donde

$$R_p = \frac{z^{2k-1}}{pk-2} = \frac{1}{z^2} \quad [c]$$

Sustituyendo $x = 1/z$ en las F(x, b) [c] se tiene:

$$\begin{aligned} 2 \int \frac{z^{2k-2}}{1-z^{2k}} dz &= \int \frac{d\eta}{1-\eta^n} = \frac{1}{n-1} \frac{1}{\eta^{n-1}} + \dots \\ &+ \frac{1}{2n-1} \frac{1}{\eta^{n-1}} + \dots + R_p \end{aligned} \quad [d]$$

donde

$$R_p < \frac{1}{pn-1} \frac{1}{\eta^{n-1}} = \frac{\tau_1^n}{\tau_1^n-1} \quad [e]$$

La serie $d]$ es convergente, dependiendo la rapidez de la convergencia del valor de r . Resulta de aplicación práctica para valores de $n \geq 1,50$.

Método 3.º Para el intervalo $0,7 < r < 1,50$ resulta más práctica la conocida fórmula de Poncelet, de integración aproximada:

$$\int_a^b y dx \approx \frac{b-a}{2m} \{ 2q + s \} \quad [a]$$

donde $2m$ es el número de intervalos iguales en que se supone dividido el total $a-b$; $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{2m}$ e y_{2m+1} son los valores respectivos de la función $y = f(x)$ correspondientes a los intervalos anteriores, mientras

$$\left. \begin{aligned} q &= y_1 + y_4 + \dots + y_{2m} \\ s &= y_2 + y_3 + y_{2m-1} + y_{2m} \end{aligned} \right\} \quad [b]$$

El error en este caso es

$$\varepsilon < \frac{b-a}{2m} \cdot s \quad [c]$$

El método de Poncelet determina el valor

$$-B(a) \cdot r_1 = \int_a^b \frac{d r_1}{1 - r_1^n}$$

el cual, sumado a

$$-B(a) \cdot \int_0^a \frac{d r_1}{1 - r_1^n}$$

determina

$$-B(b) = \int_0^b \frac{d r_1}{1 - r_1^n}$$

Llegando en la tabla a un cierto valor de $B(a)$ previamente determinado por algún otro método, la fórmula de Poncelet permite obtener los valores consecutivos de la tabla. Para cada intervalo $a-b$, la Ec. [c] determina el número de intervalos parciales $2m$ en que es preciso subdividirlo para conseguir la precisión requerida.

Método 4.º Para los valores de $r \geq 1$, pero próximos a

la unidad, el número de intervalos que requiere la fórmula de Poncelet se hace muy grande. En este caso es ventajosa la serie que se obtiene haciendo

$$1 + r^n = \pm r \quad [a]$$

donde el signo \pm corresponde a valores de $r < 1$ y el signo $-$ a $r > 1$, obteniéndose

$$\int \frac{dz}{1 - r^n} = \text{const} \left[\frac{\log z}{n} + \frac{n-1}{n^2} z + \frac{(n-1)(2n-1)}{2n^3} z^2 + \frac{(n-1)(2n-1)(3n-1)}{6n^4} z^3 + \dots \right] + R_p$$

La rapidez de convergencia de esta serie depende de la medida que descrea los desvíos al aproximarse r a la unidad. El número p de términos requerido para conseguir la precisión deseada viene determinado por

$$R = \frac{r^p}{p-1} \frac{1}{z}$$

Las tablas se han calculado con error ≤ 0.005 .

TABLAS DE LA FUNCION DEL REGIMEN VARIADO

Tabla I. $B(\eta) = -\int_0^\eta \frac{t^2}{\eta^3 - 1} dt$ para $\eta < 1$

Tabla II. $\Phi(\eta) = \eta - B(\eta)$ para $\eta > 1$

TABLA Ia — LA FUNCIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO $B(\eta)$ PARA $\gamma > 1$

Valores de la función para valores del exponente

γ	$\eta = 2.8$	$\eta = 3.$	$\eta = 3.2$	$\eta = 3.4$	$\eta = 3.6$	$\eta = 3.8$	$\eta = 4.$	$\eta = 4.2$	$\eta = 4.6$	$\eta = 5.0$	$\eta = 5.4$
1.001	2.399	2.184	2.008	1.85	1.75	1.65	1.568	1.492	1.264	1.138	1.033
1.005	1.858	1.643	1.505	1.38	1.279	1.186	1.107	1.036	0.915	0.817	0.737
1.010	1.572	1.403	1.291	1.182	1.089	1.007	0.936	0.873	0.766	0.681	0.610
1.015	1.428	1.286	1.166	1.065	0.978	0.902	0.836	0.778	0.686	0.602	0.537
1.02	1.327	1.191	1.074	0.982	0.900	0.828	0.766	0.711	0.620	0.546	0.486
1.03	1.186	1.069	0.955	0.866	0.790	0.725	0.668	0.618	0.535	0.465	0.415
1.04	1.086	0.967	0.868	0.785	0.714	0.653	0.600	0.554	0.477	0.415	0.365
1.05	1.010	0.896	0.802	0.723	0.656	0.596	0.548	0.504	0.432	0.374	0.328
1.06	0.948	0.838	0.748	0.672	0.608	0.553	0.506	0.464	0.396	0.342	0.298
1.07	0.896	0.790	0.701	0.630	0.569	0.516	0.471	0.431	0.366	0.315	0.273
1.08	0.851	0.749	0.665	0.595	0.535	0.485	0.441	0.403	0.341	0.292	0.252
1.09	0.812	0.713	0.631	0.563	0.506	0.455	0.414	0.379	0.319	0.272	0.234
1.10	0.779	0.681	0.601	0.536	0.480	0.433	0.392	0.357	0.299	0.254	0.218
1.11	0.746	0.652	0.575	0.511	0.457	0.411	0.372	0.338	0.282	0.239	0.204
1.12	0.718	0.626	0.551	0.488	0.436	0.392	0.354	0.321	0.267	0.225	0.192
1.13	0.692	0.602	0.529	0.468	0.417	0.374	0.337	0.305	0.253	0.212	0.181
1.14	0.669	0.581	0.509	0.450	0.400	0.358	0.322	0.291	0.240	0.201	0.170
1.15	0.647	0.559	0.490	0.432	0.384	0.343	0.308	0.278	0.229	0.191	0.161
1.16	0.627	0.542	0.475	0.417	0.369	0.329	0.295	0.266	0.218	0.181	0.153
1.17	0.608	0.525	0.458	0.402	0.356	0.317	0.283	0.255	0.208	0.173	0.145
1.18	0.591	0.509	0.443	0.388	0.341	0.304	0.272	0.244	0.199	0.165	0.138
1.19	0.574	0.494	0.429	0.375	0.328	0.294	0.262	0.235	0.191	0.157	0.131
1.20	0.559	0.480	0.416	0.363	0.317	0.284	0.252	0.226	0.183	0.150	0.125
1.22	0.531	0.454	0.392	0.341	0.296	0.264	0.233	0.209	0.166	0.134	0.114
1.24	0.505	0.431	0.371	0.322	0.281	0.249	0.219	0.195	0.156	0.125	0.104
1.26	0.482	0.410	0.351	0.304	0.265	0.233	0.205	0.182	0.145	0.117	0.095
1.28	0.461	0.391	0.334	0.288	0.250	0.219	0.193	0.170	0.135	0.108	0.088
1.30	0.442	0.373	0.318	0.274	0.237	0.207	0.181	0.160	0.126	0.100	0.081
1.32	0.424	0.357	0.304	0.260	0.225	0.196	0.171	0.150	0.118	0.093	0.075
1.34	0.408	0.342	0.290	0.248	0.214	0.185	0.162	0.142	0.110	0.087	0.069
1.36	0.393	0.329	0.278	0.237	0.204	0.176	0.153	0.134	0.103	0.081	0.064
1.38	0.378	0.316	0.266	0.226	0.194	0.167	0.145	0.127	0.097	0.076	0.060
1.40	0.365	0.304	0.256	0.217	0.185	0.159	0.138	0.120	0.092	0.071	0.056
1.42	0.353	0.293	0.246	0.208	0.177	0.152	0.131	0.114	0.087	0.067	0.052
1.44	0.341	0.282	0.236	0.199	0.169	0.145	0.125	0.108	0.082	0.063	0.049
1.46	0.330	0.273	0.227	0.191	0.162	0.139	0.119	0.103	0.077	0.059	0.046
1.48	0.320	0.263	0.219	0.184	0.156	0.133	0.113	0.098	0.073	0.056	0.043
1.50	0.310	0.255	0.211	0.177	0.149	0.127	0.108	0.093	0.069	0.053	0.040
1.55	0.288	0.235	0.194	0.161	0.135	0.114	0.097	0.083	0.061	0.046	0.035
1.60	0.269	0.218	0.179	0.148	0.123	0.103	0.087	0.074	0.054	0.040	0.030
1.65	0.251	0.203	0.165	0.136	0.113	0.094	0.079	0.067	0.048	0.035	0.026
1.70	0.236	0.189	0.153	0.125	0.103	0.086	0.072	0.060	0.043	0.031	0.023
1.75	0.212	0.177	0.143	0.116	0.095	0.079	0.066	0.054	0.038	0.027	0.020
1.80	0.209	0.166	0.133	0.108	0.088	0.072	0.060	0.049	0.034	0.024	0.017
1.85	0.198	0.156	0.125	0.100	0.082	0.067	0.055	0.045	0.031	0.022	0.015

Tabla I b.—LA FUNCIÓN DEL RÉGIMEN VARIADO $B(\eta)$ PARA $\eta < 1$
(Continuación)

τ	$\eta = 2.8$	$\eta = 3.0$	$\eta = 3.2$	$\eta = 3.4$	$\eta = 3.6$	$\eta = 3.8$	$\eta = 4.0$	$\eta = 4.2$	$\eta = 4.6$	$\eta = 5.0$	$\eta = 5.4$
0.64	0.698	0.690	0.683	0.675	0.667	0.660	0.654	0.647	0.636	0.632	0.640
0.65	0.712	0.703	0.696	0.689	0.684	0.676	0.670	0.663	0.657	0.663	0.660
0.66	0.727	0.717	0.709	0.701	0.697	0.689	0.683	0.675	0.670	0.675	0.672
0.67	0.742	0.731	0.723	0.715	0.710	0.701	0.695	0.687	0.681	0.685	0.683
0.68	0.757	0.746	0.737	0.729	0.723	0.715	0.710	0.701	0.703	0.695	0.694
0.69	0.772	0.761	0.751	0.743	0.737	0.729	0.723	0.715	0.710	0.710	0.706
0.70	0.787	0.776	0.766	0.757	0.750	0.743	0.737	0.729	0.723	0.722	0.717
0.71	0.801	0.791	0.781	0.772	0.764	0.757	0.750	0.743	0.740	0.734	0.729
0.72	0.816	0.805	0.795	0.786	0.779	0.771	0.764	0.757	0.752	0.746	0.741
0.73	0.831	0.820	0.811	0.802	0.795	0.787	0.780	0.774	0.765	0.759	0.753
0.74	0.845	0.834	0.825	0.817	0.809	0.801	0.794	0.788	0.779	0.771	0.766
0.75	0.859	0.848	0.839	0.831	0.823	0.815	0.808	0.802	0.792	0.784	0.778
0.76	0.874	0.862	0.853	0.845	0.837	0.830	0.823	0.817	0.806	0.798	0.791
0.77	0.889	0.877	0.868	0.859	0.851	0.843	0.836	0.831	0.820	0.811	0.804
0.78	0.903	0.891	0.882	0.873	0.865	0.857	0.850	0.844	0.834	0.825	0.817
0.79	0.918	0.906	0.897	0.888	0.880	0.872	0.865	0.858	0.848	0.839	0.831
0.80	0.932	0.920	0.911	0.902	0.894	0.886	0.879	0.872	0.862	0.854	0.846
0.81	0.947	0.935	0.926	0.917	0.908	0.900	0.893	0.886	0.875	0.867	0.859
0.82	0.961	0.949	0.940	0.931	0.922	0.914	0.907	0.900	0.889	0.881	0.873
0.83	0.976	0.963	0.954	0.945	0.936	0.928	0.921	0.914	0.903	0.895	0.887
0.84	0.990	0.977	0.968	0.959	0.950	0.942	0.935	0.928	0.917	0.909	0.901
0.85	1.005	0.992	0.983	0.974	0.965	0.957	0.950	0.943	0.932	0.924	0.916
0.86	1.019	1.006	0.997	0.988	0.979	0.971	0.964	0.957	0.946	0.938	0.930
0.87	1.034	1.021	1.012	1.003	0.994	0.986	0.979	0.972	0.961	0.953	0.945
0.88	1.048	1.035	1.026	1.017	1.008	1.000	0.993	0.986	0.975	0.967	0.959
0.89	1.063	1.050	1.041	1.032	1.023	1.015	1.008	1.001	0.990	0.982	0.974
0.90	1.077	1.064	1.055	1.046	1.037	1.029	1.022	1.015	1.004	0.996	0.988
0.91	1.092	1.079	1.069	1.060	1.051	1.043	1.036	1.029	1.018	1.010	1.002
0.92	1.106	1.093	1.084	1.075	1.066	1.058	1.051	1.044	1.033	1.025	1.017
0.93	1.121	1.108	1.099	1.089	1.080	1.072	1.065	1.058	1.047	1.039	1.031
0.94	1.135	1.122	1.113	1.104	1.095	1.087	1.080	1.073	1.062	1.054	1.046
0.95	1.150	1.137	1.128	1.119	1.110	1.102	1.095	1.088	1.077	1.069	1.061
0.96	1.164	1.151	1.142	1.133	1.124	1.116	1.109	1.102	1.091	1.083	1.075
0.97	1.179	1.166	1.157	1.148	1.139	1.131	1.124	1.117	1.106	1.098	1.090
0.98	1.193	1.180	1.171	1.162	1.153	1.145	1.138	1.131	1.120	1.112	1.104
0.99	1.208	1.195	1.186	1.177	1.168	1.160	1.153	1.146	1.135	1.127	1.119
1.00	1.222	1.209	1.200	1.191	1.182	1.174	1.167	1.160	1.149	1.141	1.133
1.01	1.237	1.224	1.215	1.206	1.197	1.189	1.182	1.175	1.164	1.156	1.148
1.02	1.251	1.238	1.229	1.220	1.211	1.203	1.196	1.189	1.178	1.170	1.162
1.03	1.266	1.253	1.244	1.235	1.226	1.218	1.211	1.204	1.193	1.185	1.177
1.04	1.280	1.267	1.258	1.249	1.240	1.232	1.225	1.218	1.207	1.199	1.191
1.05	1.295	1.282	1.273	1.264	1.255	1.247	1.240	1.233	1.222	1.214	1.206
1.06	1.309	1.296	1.287	1.278	1.269	1.261	1.254	1.247	1.236	1.228	1.220
1.07	1.324	1.311	1.302	1.293	1.284	1.276	1.269	1.262	1.251	1.243	1.235
1.08	1.338	1.325	1.316	1.307	1.298	1.290	1.283	1.276	1.265	1.257	1.249
1.09	1.353	1.340	1.331	1.322	1.313	1.305	1.298	1.291	1.280	1.272	1.264
1.10	1.367	1.354	1.345	1.336	1.327	1.319	1.312	1.305	1.294	1.286	1.278
1.11	1.382	1.369	1.359	1.350	1.341	1.333	1.326	1.319	1.308	1.300	1.292
1.12	1.396	1.383	1.374	1.365	1.356	1.348	1.341	1.334	1.323	1.315	1.307
1.13	1.411	1.398	1.389	1.380	1.371	1.363	1.356	1.349	1.338	1.330	1.322
1.14	1.425	1.412	1.403	1.394	1.385	1.377	1.370	1.363	1.352	1.344	1.336
1.15	1.440	1.427	1.418	1.409	1.400	1.392	1.385	1.378	1.367	1.359	1.351
1.16	1.454	1.441	1.432	1.423	1.414	1.406	1.399	1.392	1.381	1.373	1.365
1.17	1.469	1.456	1.447	1.438	1.429	1.421	1.414	1.407	1.396	1.388	1.380
1.18	1.483	1.470	1.461	1.452	1.443	1.435	1.428	1.421	1.410	1.402	1.394
1.19	1.498	1.485	1.476	1.467	1.458	1.450	1.443	1.436	1.425	1.417	1.409
1.20	1.512	1.499	1.490	1.481	1.472	1.464	1.457	1.450	1.439	1.431	1.423
1.21	1.527	1.514	1.505	1.496	1.487	1.479	1.472	1.465	1.454	1.446	1.438
1.22	1.541	1.528	1.519	1.510	1.501	1.493	1.486	1.479	1.468	1.460	1.452
1.23	1.556	1.543	1.534	1.525	1.516	1.508	1.501	1.494	1.483	1.475	1.467
1.24	1.570	1.557	1.548	1.539	1.530	1.522	1.515	1.508	1.497	1.489	1.481
1.25	1.585	1.572	1.563	1.554	1.545	1.537	1.530	1.523	1.512	1.504	1.496
1.26	1.599	1.586	1.577	1.568	1.559	1.551	1.544	1.537	1.526	1.518	1.510
1.27	1.614	1.601	1.592	1.583	1.574	1.566	1.559	1.552	1.541	1.533	1.525
1.28	1.628	1.615	1.606	1.597	1.588	1.580	1.573	1.566	1.555	1.547	1.539
1.29	1.643	1.630	1.621	1.612	1.603	1.595	1.588	1.581	1.570	1.562	1.554
1.30	1.657	1.644	1.635	1.626	1.617	1.609	1.602	1.595	1.584	1.576	1.568
1.31	1.672	1.659	1.650	1.641	1.632	1.624	1.617	1.610	1.599	1.591	1.583
1.32	1.686	1.673	1.664	1.655	1.646	1.638	1.631	1.624	1.613	1.605	1.597
1.33	1.701	1.688	1.679	1.670	1.661	1.653	1.646	1.639	1.628	1.620	1.612
1.34	1.715	1.702	1.693	1.684	1.675	1.667	1.660	1.653	1.642	1.634	1.626
1.35	1.730	1.717	1.708	1.699	1.690	1.682	1.675	1.668	1.657	1.649	1.641
1.36	1.744	1.731	1.722	1.713	1.704	1.696	1.689	1.682	1.671	1.663	1.655
1.37	1.759	1.746	1.737	1.728	1.719	1.711	1.704	1.697	1.686	1.678	1.670
1.38	1.773	1.760	1.751	1.742	1.733	1.725	1.718	1.711	1.700	1.692	1.684
1.39	1.788	1.775	1.766	1.757	1.748	1.740	1.733	1.726	1.715	1.707	1.699
1.40	1.802	1.789	1.780	1.771	1.762	1.754	1.747	1.740	1.729	1.721	1.713
1.41	1.817	1.804	1.795	1.786	1.777	1.769	1.762	1.755	1.744	1.736	1.728
1.42	1.831	1.818	1.809	1.800	1.791	1.783	1.776	1.769	1.758	1.750	1.742
1.43	1.846	1.833	1.824	1.815	1.806	1.798	1.791	1.784	1.773	1.765	1.757
1.44	1.860	1.847	1.838	1.829	1.820	1.812	1.805	1.798	1.787	1.779	1.771
1.45	1.875	1.862	1.853	1.844	1.835	1.827	1.820	1.813	1.802	1.794	1.786
1.46	1.889	1.876	1.867	1.858	1.849	1.841	1.834	1.827	1.816	1.808	1.800
1.47	1.904	1.891	1.882	1.873	1.864	1.856	1.849	1.842	1.831	1.823	1.815
1.48	1.918	1.905	1.896	1.887	1.878	1.870	1.863	1.856	1.845	1.837	1.829
1.49	1.933	1.920	1.911	1.902	1.893	1.885	1.878	1.871	1.860	1.852	1.844
1.50	1.947	1.934	1.925	1.916	1.907	1.899	1.892	1.885	1.874	1.866	1.858
1.51	1.962	1.949	1.940	1.931	1.922	1.914	1.907	1.900	1.889	1.881	1.873
1.52	1.976	1.963	1.954	1.945	1.936	1.928	1.921	1.914	1.903	1.895	1.887
1.53	1.991	1.978	1.969	1.960	1.951	1.943	1.936	1.929	1.918	1.910	1.902
1.54	2.005	1.992	1.983	1.974	1.965	1.957	1.950	1.943	1.932	1.924	1.916
1.55	2.020	2.007	1.998	1.989	1.980	1.972	1.965	1.958	1.947	1.939	1.931
1.56	2.034	2.021	2.012	2.003	1.994	1.986	1.979	1.972	1.961	1.953	1.945
1.57	2.049	2.036	2.027	2.018	2.009	2.001	1.994	1.987	1.976	1.968	1.960
1.58	2.063	2.050	2.041	2.032	2.023	2.015	2.008	2.001	1.990	1.982	1.974
1.59	2.078	2.065	2.056	2.047	2.038	2.030	2.023	2.016	2.005	1.997	1.989
1.60	2.092	2.079	2.070	2.061	2.052	2.044	2.037	2.030	2.019	2.011	2.003

TABLA II $\Phi(\eta)$ η $B(\eta)$ PARA VALORES DEL EXPONENTE

η	$n=2,5$	$n=3,0$	$n=3,2$	$n=3,4$	$n=3,6$	$n=3,8$	$n=4,0$	$n=4,2$
1,001	1,308	1,383	1,000	0,893	0,724	0,509	0,507	0,415
1,005	0,813	0,844	0,501	0,370	0,274	0,181	0,162	0,031
1,040	0,502	0,409	0,281	0,172	0,059	0,003	0,074	0,137
1,015	0,413	0,271	0,151	0,090	0,017	0,113	0,179	0,237
1,03	0,307	0,171	0,058	0,038	0,120	0,142	0,254	0,309
1,03	0,156	0,030	0,075	0,164	0,246	0,305	0,362	0,412
1,04	0,046	0,073	0,272	0,225	0,135	0,387	0,440	0,486
1,05	0,040	0,51	0,748	0,31	0,304	0,452	0,502	0,548
1,06	0,112	0,222	0,312	0,388	0,452	0,507	0,554	0,596
1,07	0,174	0,280	0,36	0,440	0,501	0,554	0,599	0,639
1,08	0,228	0,331	0,415	0,485	0,545	0,595	0,640	0,677
1,09	0,278	0,377	0,454	0,527	0,584	0,633	0,675	0,711
1,10	0,323	0,414	0,489	0,564	0,620	0,667	0,708	0,743
1,1	0,374	0,458	0,535	0,599	0,653	0,699	0,738	0,772
1,1	0,402	0,484	0,562	0,632	0,688	0,728	0,766	0,799
1,13	0,438	0,526	0,601	0,662	0,715	0,756	0,793	0,824
1,14	0,471	0,559	0,635	0,690	0,740	0,782	0,819	0,849
1,15	0,501	0,589	0,660	0,714	0,766	0,807	0,842	0,872
1,16	0,533	0,618	0,687	0,743	0,791	0,831	0,865	0,894
1,17	0,562	0,645	0,712	0,768	0,814	0,853	0,887	0,915
1,18	0,586	0,671	0,737	0,793	0,837	0,877	0,908	0,936
1,19	0,615	0,696	0,761	0,817	0,860	0,900	0,929	0,955
1,20	0,641	0,720	0,784	0,840	0,883	0,921	0,948	0,974
1,22	0,669	0,746	0,808	0,863	0,905	0,941	0,965	0,989
1,24	0,711	0,809	0,869	0,918	0,959	0,992	1,011	1,045
1,26	0,778	0,890	0,939	0,986	1,025	1,057	1,085	1,108
1,28	0,819	0,934	0,980	1,022	1,059	1,091	1,117	1,140
1,30	0,858	0,977	1,021	1,060	1,095	1,124	1,149	1,170
1,32	0,896	1,017	1,059	1,096	1,129	1,155	1,178	1,198
1,34	0,932	1,054	1,095	1,131	1,158	1,184	1,207	1,226
1,36	0,967	1,089	1,129	1,164	1,190	1,213	1,235	1,255
1,38	1,002	1,124	1,164	1,199	1,225	1,247	1,268	1,289
1,40	1,035	1,157	1,197	1,232	1,258	1,280	1,299	1,319
1,42	1,067	1,189	1,229	1,264	1,290	1,312	1,331	1,350
1,44	1,099	1,221	1,261	1,296	1,322	1,344	1,362	1,380
1,46	1,130	1,252	1,292	1,327	1,353	1,375	1,393	1,411
1,48	1,160	1,282	1,322	1,357	1,383	1,405	1,423	1,440
1,50	1,190	1,312	1,352	1,387	1,413	1,435	1,453	1,470
1,55	1,262	1,384	1,424	1,459	1,485	1,507	1,525	1,542
1,60	1,331	1,453	1,493	1,528	1,554	1,576	1,593	1,610
1,65	1,399	1,521	1,561	1,596	1,622	1,644	1,661	1,678
1,70	1,464	1,586	1,626	1,661	1,687	1,709	1,726	1,743

TABLA II $\Phi(\eta)$ $\gamma - B(\eta)$ PARA VALORES DEL EXPONENTE

(en unidades)

γ	$n = 2,8$	$n = 3,0$	$n = 3,2$	$n = 3,4$	$n = 3,6$	$n = 3,8$	$n = 4,0$	$n = 4,2$
1,75	1,538	1,373	1,267	1,184	1,115	1,061	1,005	1,096
1,80	1,591	1,434	1,327	1,242	1,172	1,118	1,061	1,151
1,85	1,651	1,494	1,387	1,299	1,228	1,173	1,115	1,205
1,90	1,712	1,551	1,443	1,354	1,282	1,227	1,168	1,258
1,95	1,772	1,611	1,502	1,412	1,340	1,284	1,225	1,315
1,95	1,772	1,611	1,502	1,412	1,340	1,284	1,225	1,315
2,00	1,831	1,668	1,558	1,467	1,394	1,337	1,278	1,368
2,1	1,946	1,781	1,670	1,578	1,504	1,447	1,387	1,477
2,2	2,059	1,891	1,779	1,686	1,611	1,553	1,493	1,583
2,3	2,17	2,002	1,889	1,795	1,719	1,660	1,600	1,690
2,4	2,281	2,111	1,997	1,902	1,825	1,765	1,705	1,795
2,5	2,390	2,219	2,104	2,008	1,930	1,869	1,808	1,898
2,6	2,498	2,326	2,210	2,113	2,034	1,973	1,912	2,002
2,7	2,605	2,432	2,315	2,217	2,137	2,075	2,014	2,104
2,8	2,711	2,537	2,419	2,320	2,239	2,177	2,115	2,205
2,9	2,817	2,642	2,523	2,423	2,341	2,279	2,217	2,307
3,0	2,922	2,746	2,626	2,525	2,443	2,380	2,318	2,408
3,5	3,411	3,234	3,113	3,011	2,928	2,865	2,802	2,892
4,0	3,954	3,776	3,654	3,551	3,467	3,403	3,340	3,430
4,5	4,461	4,282	4,159	4,056	3,971	3,907	3,844	3,934
5,0	4,969	4,789	4,665	4,561	4,476	4,412	4,349	4,439
6,0	5,978	5,797	5,672	5,567	5,481	5,417	5,354	5,444
7,0	6,987	6,805	6,679	6,574	6,487	6,423	6,360	6,450
8,0	7,987	7,804	7,677	7,571	7,484	7,419	7,356	7,446
9,0	8,989	8,805	8,677	8,571	8,484	8,419	8,356	8,446
10,0	9,991	9,806	9,677	9,571	9,484	9,419	9,356	9,446

LAMINAS

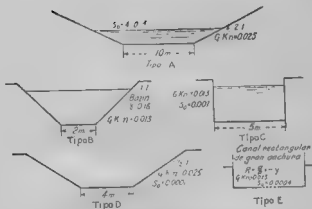
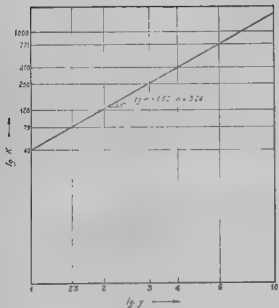


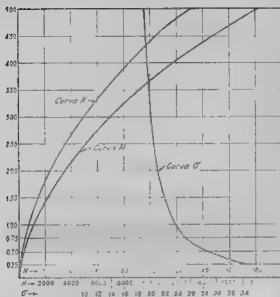
LÁMINA I

Secciones transversales tipo de canales empleadas en los ejemplos prácticos



LAMINA II

Representación logarítmica de una curva $\epsilon = \epsilon(\eta)$



LAMINA III

Características de la sección transversal de un canal del tipo 1
(Coeficiente de Bazin $\gamma = 0,33$)

	a	b	r	k	H	$\frac{M}{\sqrt{H}}$	σ	$\frac{p}{10^4}$	$\frac{z}{10^4}$	
0.25	2.61	1.00	11.12	76	53.591	48.5077	1.281	1.011	74.613	34.083
0.50	5.50	1.00	11.14	6.52	52.001	23.0925	3.224	3.020	74.774	28.470
0.75	8.61	1.00	11.15	6.56	51.31	16.104	5.33	4.125	74.83	25.125
1.00	12.00	1.00	11.16	6.59	50.438	13.6710	7.157	5.6	75.10	23.654
1.50	20.50	15.00	6.71	6.66	49.991	10.238	2.528	1.044	75.17	22.094
2.00	28.50	15.00	1.94	6.68	49.39	7.9677	3.866	1.07	75	21.270
2.50	37.50	20.00	1.76	6.71	48.977	6.78704	51.358	1.059	75.47	20.613
3.00	48.50	25.00	1.67	6.80	48.025	5.9342	0.800	1.045	75.8	20.11
3.50	59.50	30.00	1.60	6.83	47.34	5.276	0.665	1.068	76.57	19.833
4.00	70.50	35.00	1.56	6.85	46.71	4.72006	112.444	1.077	76.37	19.636
4.50	85.50	40.00	1.52	6.88	46.048	4.2384554	140.243	1.075	76.98	19.337
5.00	100.00	40.00	1.53	6.901	45.521	3.8667303	182.500	1.078	77.290	19.145

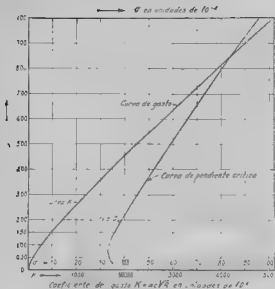


TABLA IV

Características de la sección transversal de un canal de sepe,
 (y de Bazin = 0,30) $\delta = 5$ m.

h	u	p	A	K	σ	τ	Δu	$\Delta \sigma$
0,50	2,50	6,00	0,416	52,37	5,825	1,29	0,04	33,50
0,75	3,75	8,54	0,517	71,31	7,6675	1,52	0,05	32,78
1,00	5,00	10,92	0,5914	84,952	9,03464	1,69	0,06	33,34
1,25	6,25	13,15	0,6434	95,467	10,0395	1,80	0,065	34,1
1,50	7,50	15,20	0,677	104,2	10,7331	1,89	0,07	35,56
1,75	8,75	17,00	0,6963	111,3	11,2775	1,93	0,07	36,99
2,00	10,00	18,60	0,711	117,25	11,7190	1,97	0,075	38,50
3,00	15,00	27,00	1,063	169,07	17,04654	2,21	0,082	45,30
4,00	20,00	36,00	1,53	220,51	22,0020	2,40	0,090	51,37
5,00	25,00	45,00	1,966	270,88	27,046700	2,51	0,094	56,00
6,00	30,00	54,00	2,364	319,68	31,9652	2,60	0,095	60,1
7,00	35,00	63,00	2,742	367,247	36,73727	2,69	0,096	63,81
8,00	40,00	72,00	3,105	413,64	41,447290	2,76	0,097	67,08
9,00	45,00	81,00	3,456	458,84	45,84644	2,80	0,097	69,94
10,00	50,00	90,00	3,800	503,9520	50,349520	2,83	0,098	72,21

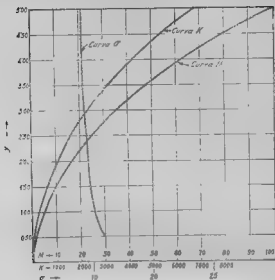
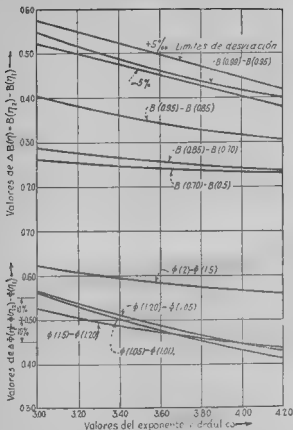


Fig. 1. Dependence of the stress-strain curve on the value of σ_0 .

						$K =$ $\sigma \sqrt{E}$	σ_0 $\sigma \sqrt{E}$	σ $\sigma \sqrt{E}$
0.5	2.38	6.27	8.3	0.413	3.961	80,412	1,5655	29,470
0.75	3.8	6.27	6.7	0.75	6.7	181,108	5,0089	27,10
1.0	5.2	6.27	5.2	1.0	5.2	300,797	4,9751	25,77
1.25	7.34	6.27	4.8	1.25	4.8	448,406	7,1432	24,90
1.5	9.48	6.27	4.4	1.5	4.4	626,582	9,8528	24,26
2.0	13.98	11.50	4.8	2.0	4.8	1030,418	16,6648	23,8
2.5	19.38	11.50	4.8	2.5	4.8	1671,174	21,15	23,7
3.0	25.5	11.50	4.8	3.0	4.8	2468,17	24,18	22,30
3.5	32.58	14.4	4.6	3.5	4.6	3401,168	48,864	21,93
4.0	40.0	16.0	4.4	4.0	4.4	4490,041	63,2446	21,62
4.5	48.08	17.50	4.2	4.5	4.2	5786,599	74,315	21,35
5.0	57.50	19.00	4.0	5.0	4.0	73,37431	80,0270	21,13



LAMINA VI

Ilustración de la precisión de los cálculos mediante las tablas de la función del n .

INDICE ALFABETICO

INDICE ALFABETICO

Los nombres de autores van de cursiva. Para otras referencias véase
«Apéndice I. Notas históricas y bibliográficas» pág. 103.

A

Aceleración, efecto sobre la distribu-
ción de presiones, 31.
 Acumulación, 204.
 Aforo de calado crítico, 47.
 Altura efectiva, 272.

B

B. . . , descripción del símbo-
lo, 56.
 Bazin, 18, 63, 256, 289, 321, 323
y 324.
 Bélanger, 31, 60, 230 y 251.
 Bidone, 7 y 253.
 Boussinesq, 29, 32, 61, 63, .
265.
 Brexte 86, 88 y 222.

C

Calado
 crítico, 33, 41, 46, 138, 140 y
154.
 medio de una sección, 49, 68
y 201.
 normal, 23 y 106.
 equivalentes, 100.
 o estado en régimen variado, 4,
33, 73 y 84.
 en una curva de superficie li-
bre entre dos puntos de cala-
do dado, 95 y 101.
 determinación de los valores de,
en zonas dadas de la superfi-
cie libre, 97 y 102.
 efecto del cambio de, sobre el
gasto, 108, 116 y 147.
 calado mínimo al extremo de
un canal, 149.

Caudal,
 de servicio, 236 y 237.
 de riego, 11.
 Canal,
 con discontinuidad de pendien-
te, 111, 120, 129, 130, 134,
236 y 267.
 con pendiente crítica, 60, 82 y
216.
 secciones transversales caracte-
rísticas de, 19 y 57.
 tipos de, 17 y 327.
 con fondo horizontal, gasto de,
189.
 determinación de las curvas su-
perficiales en, 140.
 ecuación del régimen en, 138.
 con pendiente suave definición,
60.
 gasto de, 148 y 166.
 condiciones de entrada y de des-
ague, 176.
 curvas superficiales en, 74, 80,
107 y 125.
 con pendiente fuerte definición,
60.
 gasto y condiciones de entrada,
214.
 curvas superficiales en 74, 80,
125 y 134.
 transición a aguas abajo, 215.
 Canales prismáticos, 6 y 33.
 Caudal,
 crítico, 49 y 165.
 de servicio, 199.
 Celeridad de propagación de la
onda de traslación, 257.
 Cineticidad del régimen (*Fac-
tor cinético del régimen*)
 Coeficiente,
 de gasto de la sección transver-
sal, definición de, 16.
 ejemplo de, 17.

elchón,
de agua, 204 y 206
Condiciones de contorno, en curvas de superficie, 77
Curva,
 $\rho = 0$, 20
 1.1.1, 1.1.2 y 1.2
 ascendente, 5, 73 y 77
 de caudales de entrada o desagüe, 181.
 de estados de alturas en función del tiempo, 200.
 de gasto de un canal con fondo horizontal, 190 y 195.
 de gasto normal, 26.
 de gasto, en cálculo de remanentes, 223.
 desagüe o entrada, 181.
 «M» de lámina libre, 77 y 80.
 ejemplos y procedimientos de cálculos relativos a, 92, 160, 167, 180 y 222
 «M» de lámina libre, 77 y 80.
 ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 112, 170, 163 y 188.
 «M» de lámina libre, 77 y 80.
 ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 121, 270 y 282.
 Q constante, 167, y 184
 «S» de lámina libre, 77 y 80.
 ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 125 y 26
 «S» de lámina libre, 77 y 80.
 ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 122 y 211
 «S» de lámina libre, 77 y 82.
 ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 131
 superficie descendente, 5, 73 y 78.
Curvas,
 cóncava y convexa, 31 y 74.
 de gasto, curva Q constante, 170, 172 y 180.
 $Q = f(y_0)y_0$, 140 y 182,
 $Q = f(y_0)y_0$, 164 y 167
 Q máximo, 162.
 de lámina libre (curvas superficiales), clases y tipos de, 74 y 77.
 descripción y configuración, 79 y 84

ecuaciones para la determinación del perfil longitudinal, 85, 91, 90 y 138.
longitud de, 14.
métodos de cálculo, 93 y 10.
superficiales de clase y 82.
ejemplos y procedimientos de cálculo relativos a, 79, 83 y 210

CH

Chézy, 15.

D

Darcy, 26.
Daukherty, VI.
Depresión hidráulica, 9, 42 y 160.
Desagüe del canal, 176.
Distribución,
 de presiones, según la ley hidrostática, 31.
 en un líquido buoyante, 30.
Dupuit, 80, 99 y 222
 $\eta = v/v_0$, definición del símbolo, ^(*)

E

Ecuación,
 del régimen variado, 29, 32, 34, 48 y 54
 para canales con fondo longitudinal, 138.
 integración de, 85
Energía,
 específica (también $v^2/2g$ y energía específica), 30 y 220
 variación de, con el canal, en régimen rápido y lento, 63.
 canal con mínimo contenido de energía específica, 78.
 pérdida de, en el resalto, 238 y 241.
 cinética, efecto de recuperación de, 100.
 medida por el factor cinético del régimen, 67.
 despreciando el efecto de recuperación, 79
 en el diagrama de energía específica, 37
 de régimen, balance de, en curvas de lámina libre, 75.

variación con el calado en régimen rápido y lento, 37 y 63.
mínimo contenido posible, 38, 44 y 46.
relación con las pérdidas por rozamiento, 21.
diagrama de energía específica, 45.
Resolón, régimen sobre, 43, resalto bajo, 237.
Establecer, 12 y 16.
Estado estacionario, 12 y 16.
Estados de aguas (v. *Calado del régimen*), 61, 65 y 265.
Exponente hidráulico, 87 y 90.
en la determinación de las curvas de remanso, 223.
efecto sobre la precisión de los cálculos, 14.
empleo de valores intermedios a los dados por las tablas, 102.

I

Factor cinético del régimen, 67.
determinación de las formas de resalto, 251.
en las ecuaciones del resalto hidráulico, 243.
en relación con la velocidad de propagación de la onda de transición, 268.
Fenómenos locales, 10.
Fondo horizontal (v. *Canal con fondo horizontal*).
Frecuencia, V.
Función,
 $B(q)$, descripción del símbolo, 91.
Módulo de, 308.
res de, 308.
tabla de valores de, 313 y 316.
del régimen variado, 92.
métodos de cálculo de las tablas, 308.
tablas de valores de, 313 y 318.
 $\Phi(q)$, descripción del símbolo, 90.
ejemplo de empleo para la determinación de las superficies de lámina libre, 101.

tabla de valores de, 317.
ejemplo de, 238.
para el canal rectangular, 242.
 q , definición del símbolo, 88.
ejemplo de, 19 y 40.
empleada para determinar el calado crítico, 39.
 $Il(q)$, definición del símbolo, 88.

G

Ganguillet-Kutter, 17 y 58.
Gasto,
de canal, con solera horizontal, 188.
incrementado del, 197.
con fondo de pendiente suave, 148 y 184.
con fondo de pendiente fuerte, 214.
variable, 202.
en el cálculo de la longitud del gasto correspondiente a estado de nivel dados en los extremos del canal, 107.
efecto de la longitud del canal y de la pendiente del fondo, 108.
posible para un gasto inicial dado, 160 y 197.
Gibson, 250.

H

Hinds, VII, 47 y 190.
Horton, 216.

I

Incrementador de salto de Sauley, 284.
Integración,
de la ecuación del régimen variado, 85.
mediante las tablas de la función del régimen variado, 91, 95 y 99.
Interpolación, 104.
Intumescencia, 206 y 237.

K

$K = aC\sqrt{R}$ (v. *Coefficiente de gasto*).

Koch, 252.

L

Lagrange, 261 y 265.

Láminas, 83 y 290.

Localización del resalto, 125, 129, 135 y 201.

M

Método, 17 y 89.

M. A. S. Conservation Commission,

Momento estático de la sección transversal, 237.

Movimiento paralelo, 82.

N

No-uniforme (v. *Régimen variado*).

O

Obstáculo, barrera, 63 y 297.

Onda estacionaria, 64.

de traslación detenida (también onda estacionaria), 235 y 263.

Ondas de traslación, 236 y 238.

velocidad de propagación de, 237.

detención, 261.

P

Parámetros reducidos, 248, 250, 272 y 290.

del régimen, 58.

Parshall, 47.

Pendiente, clases de, 60.

crítica, 50, 74 y 83.

crítica normal, 52 y 58.

sueve del fondo, 60.

Pendientes fuertes, 90 y 214.

Pérdida de carga a la entrada, 150.

Pérdidas por resistencias pasivas, en régimen uniforme, 21.

en régimen variado, 27.

Perfiles equivalentes, 223.

Proyecto de canales, 197, 212 y 216.

R

Rápidos, 217.

Régimen crítico, 49 y 211.

curvo, 32, 46 y 136.

de entrada en un canal, 176.

divergente, 6, 28, 32, 99 y 135.

libre o sumergido, al pie de un vertedero, 260 y 291.

después de una compuerta reguladora, 11 y 27.

no uniforme o variado paralelo, 31.

después de una compuerta reguladora, 275.

estados de, 61.

rápido, 62, 66, 74 y 264.

tranquilo, 62, 66, 74 y 264.

uniforme, 3, 15, 21 y 181.

variable, 6 y 204.

variado, 4.

de, 27, 48 y 54.

fuertemente variado, 10 y 32.

Ver también, VII, 62, 231, 272, 290 y 299.

Romana, 5, 7 y 219.

Resalto hidráulico, 7, 42 y 220.

curvas características del, 240 y 249.

forma directa y ondular del, 230 y 251.

experiencias sobre el, 231.

bajo un escalón, 297.

al pie de un vertedero, 289.

notación del, 265 y 271.

pérdida de energía en, 238.

después de una compuerta de regulación, 272.

como onda de traslación detenida, 262.

Reynolds, 28.

Ríos, curva de resalto en, 220.

Ruhemann, 86, 100 y 227.

Rulo, 8 y 289.

S

Saint-Léonard, 61, 268 y 290.

Schaffermack, 89 y 222.

